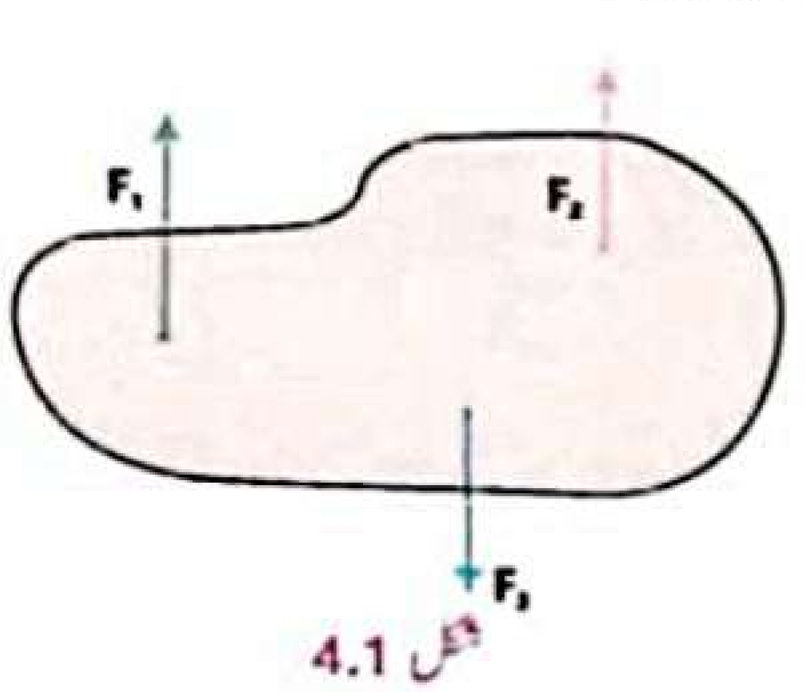
باب 4

فورس کے گھمانے کے اثرات

فورس ایک ویکٹر مقدار ہے، اس لیے یہ صرف کسی خاص سمت ہی میں عمل کرتی ہے۔ کچھ فورسز کسی جسم میں ایکسلریشن یا ڈی سیلریشن پیدا کرتی ہیں، کچھ اسے کسی نقطے کے گرد گھماتی ہیں اور کچھ فورسز مخالف سمتوں میں عمل کرتے ہوئے ایک دوسری کا اثر زائل کر دیتی ہیں۔

پیرالل فورسز (Parallel Forces): وہ تمام فورسز جو ایک دوسری کے متوازی عمل کرتی ہیں انھیں پیرالل فورسز (Parallel Forces) کہا جاتا ہے۔ جن نقاط پر یہ فورسز عمل کرتی ہیں وہ مختلف ہو سکتے ہیں۔

4.1 لائک اور ان لائک پیرالل فورسز (Like and Unlike Forces)



شکل 4.1

تعریف: اگر پیرالل فورسز ایک ہی سمت میں عمل کرتی ہوں تو انھیں لائک پیرالل فورسز کہا جاتا ہے اور اگر ان کی سمتیں ایک دوسری کے مخالف ہوں تو انھیں ان لائک پیرالل فورسز کہا جاتا ہے۔

مثال: تین فورسز F_1 ، F_2 اور F_3 شکل (4.1) میں دکھائی گئی ہیں جو کہ ایک ٹھوس جسم کے مختلف نقاط پر عمل کر رہی ہیں۔ یہاں پر F_1 اور F_2 فورسز لائک پیرالل فورسز ہیں لیکن F_2 اور F_3 ان لائک پیرالل فورسز ہیں۔

4.2 فورسز کی جمع (Addition of Forces)

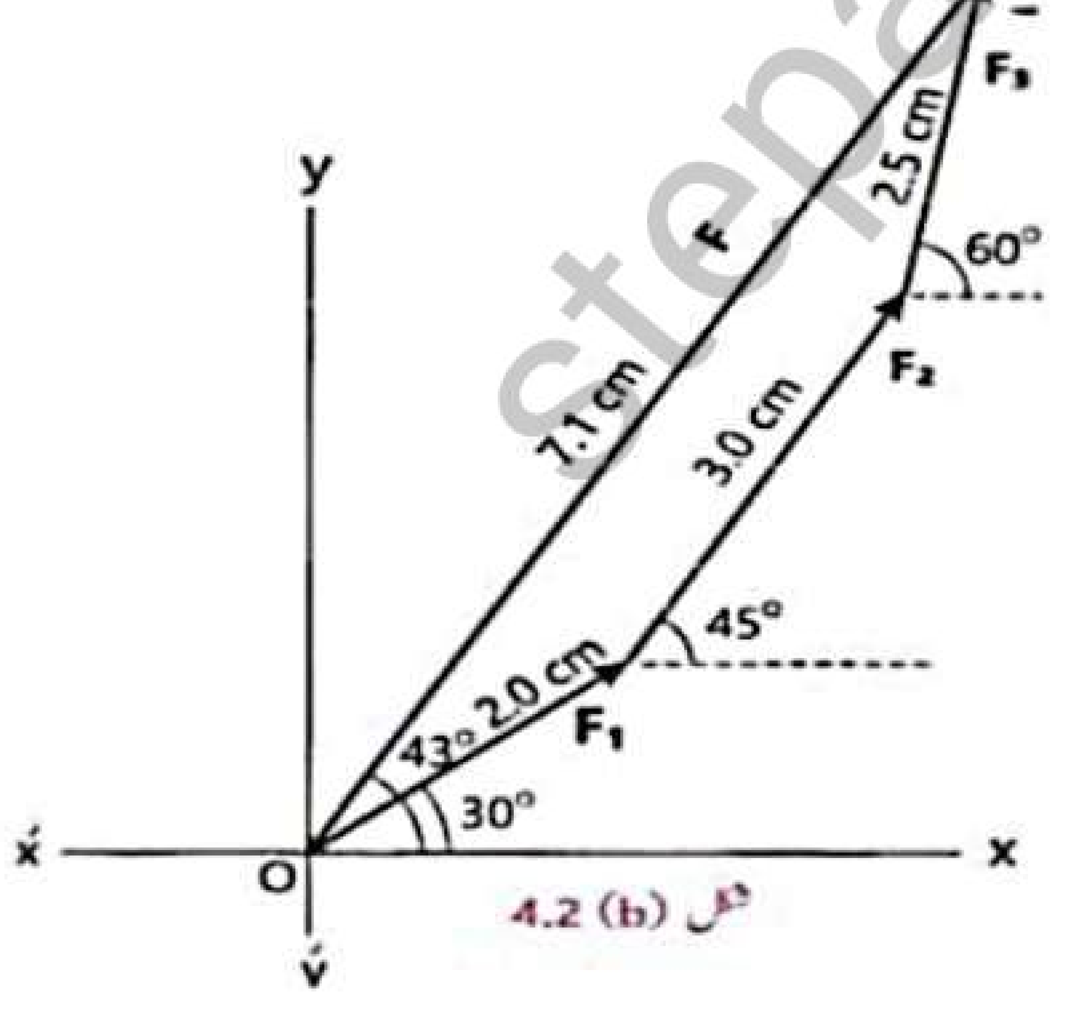
اگر ویکٹرز کو کسی بھی ترتیب سے جمع کیا جائے تو حاصل جمع اتنا ہی ہو گا۔ چونکہ فورسز بھی ویکٹرز ہیں لہٰذا فورسز بھی ہیڈ ٹو۔ ٹیل رول کی مدد سے جمع کی جا سکتی ہیں۔

ایک ہی پلین (Plane) میں عمل کرنے والی دو یا دو سے زیادہ فورسز کا حاصل جمع معلوم کرنے کا طریقہ نیچے دی گئی مثال سے واضح ہو جاتا ہے۔

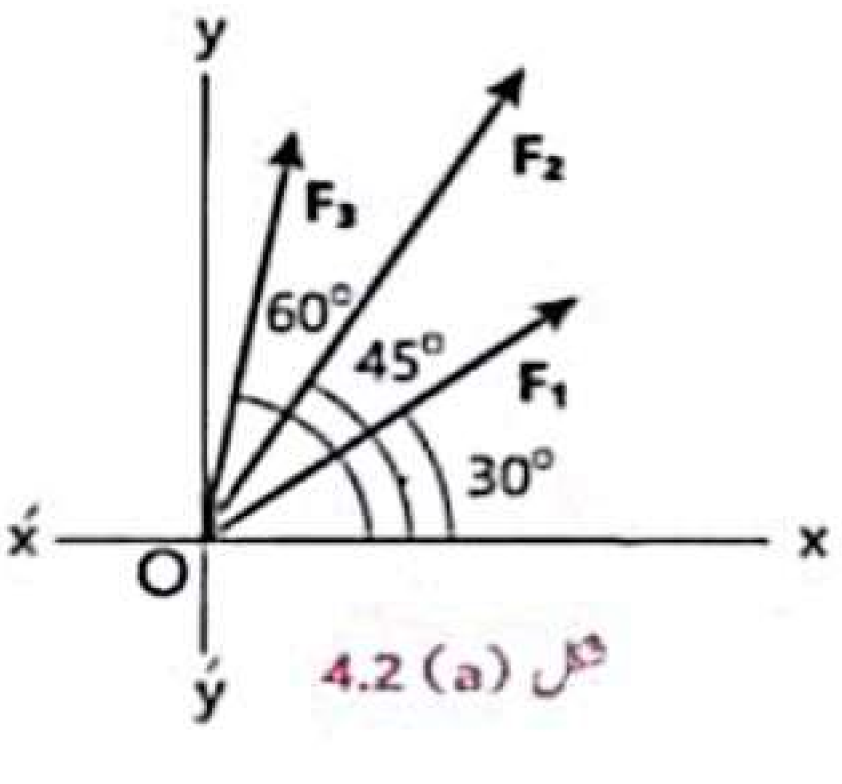
مثال 4.1

تین فورسز F_1، F_2 اور F_3 کو جمع کرنا ہے۔ ان کی عددی قیمت بالترتیب 250 N، 300 N اور 200 N ہے اور یہ فورسز x-ایکسز کے ساتھ 30^o، 45^o اور 60^o کے زاویے بناتی ہیں۔

ایک مناسب سکیل کا انتخاب کرتے ہوئے یعنی، ہم فورس ویکٹرز ظاہر کر سکتے ہیں جیسا کہ شکل (4.2 a) میں دکھایا گیا ہے۔



شکل 4.2 (b)



شکل 4.2 (a)

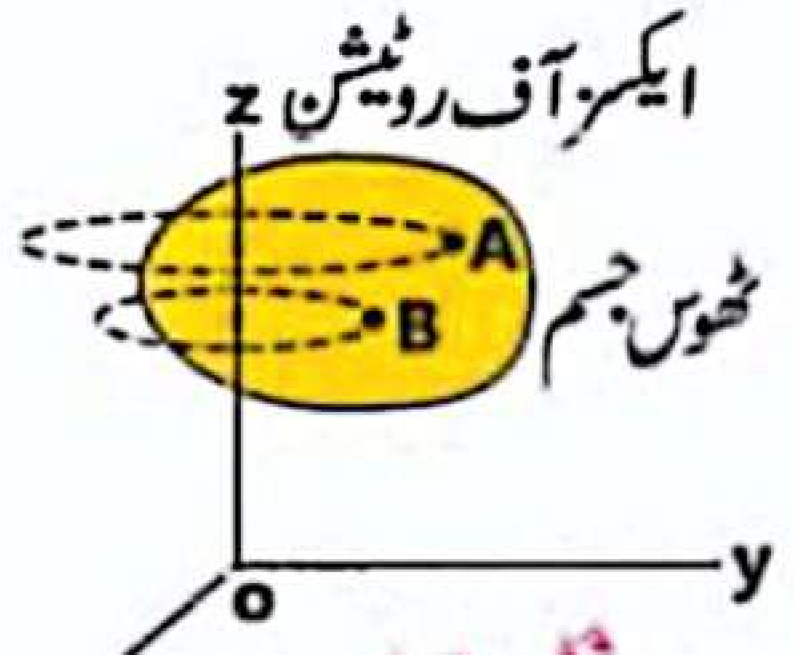
stepacademyofficial.com

حاصل جمع فورس ویکٹر کی لمبائی 7.1 cm ہے۔ منتخب کی گئی سکیل کے مطابق حاصل جمع فورس F کی عددی قیمت 710 N بنتی ہے اور اس کی سمت x -ایکسز کے ساتھ 43° کا زاویہ ہے۔

4.3 فورس کے گھمانے کا اثر (Turning Effect of a Force)

ایک مجموعی (Net) فورس کسی شے میں ایکسلریشن پیدا کر کے اس کی سیدھی حرکت پر اثر انداز ہوتی ہے۔ ٹھوس چیزیں بھی گھوم سکتی ہیں۔

ٹھوس جسم: اگر کسی جسم پر فورس لگنے کے باوجود اس کے کوئی سے دو نقاط کے درمیان فاصلہ وہی رہتا ہے تو ایسے جسم کو ٹھوس جسم کہتے ہیں۔

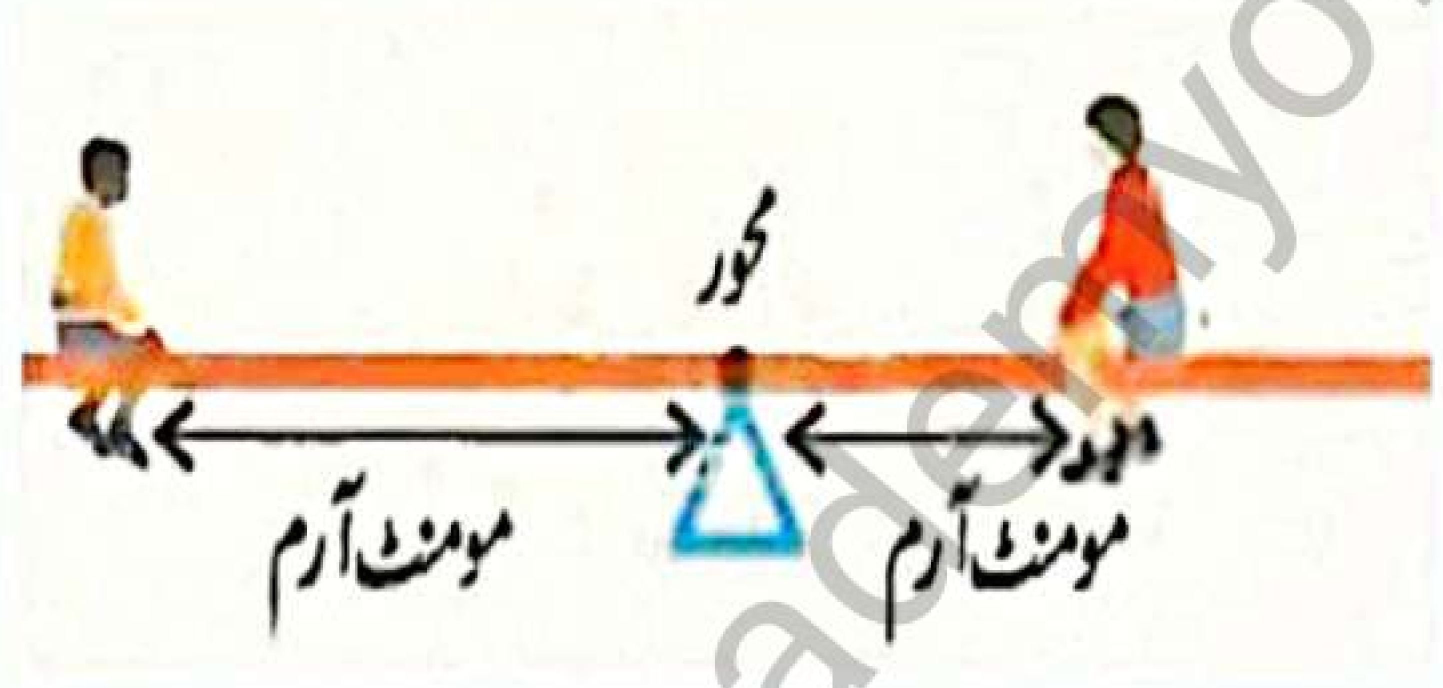


شکل 4.3

ایکسز آف روٹیشن یا محور: گھومتے ہوئے ٹھوس جسم کے تمام ذرات فکسڈ دائروں ہی میں گھومتے ہیں شکل (4.3)۔ ان دائروں کے مرکزوں کو ملانے والی سیدھی لائن ایکسز آف روٹیشن یا محور کہلاتی ہے۔ اس شکل میں یہ OZ ہے۔

کسی فورس کے گھمانے کا اثر کن عوامل پر انحصار کرتا ہے؟

جواب: کسی فورس کے گھمانے کا اثر صرف اُس کی عددی قیمت پر منحصر نہیں ہوتا بلکہ اُس لوکیشن (مقام) پر بھی ہوتا ہے جہاں یہ عمل کرتی ہے۔ اس لیے ہم کہہ سکتے ہیں کہ جتنی زیادہ فورس ہو گی اتنا ہی زیادہ اس کا گھمانے کا اثر بھی ہو گا۔ علاوہ ازیں ایکسز آف روٹیشن سے فورس کا عمودی فاصلہ جتنا زیادہ ہو گا اتنا ہی زیادہ اس کا گھمانے کا اثر ہو گا۔



وضاحت: ٹیچر اپنی کلاس کو کھیلنے کے لیے میدان میں لے جائیں جہاں کوئی "سی-سا" موجود ہو۔ ایک ہلکے بچے کو بائیں طرف اور ایک بھاری بچے کو سی-سا کے دائیں طرف بٹھا دیں۔ محور سے دونوں بچوں کا فاصلہ برابر ہونا چاہیے۔ ہر بچے اپنے وزن کے برابر نیچے کی طرف فورس لگاتا ہے۔

بھاری بچہ نیچے جُھک جاتا ہے کیونکہ وہ زیادہ فورس لگا رہا ہے۔ اب بھاری بچے کو محور کے قریب کریں اور ہلکے بچے کو محور سے دُور لے جائیں۔ جیسا کہ شکل میں دکھایا گیا ہے۔ آپ دیکھیں گے کہ "سی-سا" اب مخالف سمت میں جُھک جاتا ہے اور ہلکا بچہ نیچے جُھک جاتا ہے۔ اس سے ظاہر ہوتا ہے کہ کسی فورس کے گھمانے کا اثر صرف اُس کی عددی قیمت پر منحصر نہیں ہوتا بلکہ اُس لوکیشن (مقام) پر بھی ہوتا ہے جہاں یہ عمل کرتی ہے۔

فورس کے عمل کی لائن: وہ لائن جس کے ساتھ فورس عمل کرتی ہے فورس کے عمل کی لائن کہلاتی ہے۔

مومنٹ آرم: کسی فورس کے عمل کرنے کی لائن کا ایکسز آف روٹیشن سے عمودی فاصلہ فورس کا مومنٹ آرم یا صرف مومنٹ آرم کہلاتا ہے۔ کسی فورس کا مومنٹ آرم جتنا زیادہ ہو گا اتنا ہی زیادہ اُس فورس کا گھمانے کا اثر ہو گا۔

فورس کے گھمانے کے اثر کی مثالیں

stepacademyofficial.com

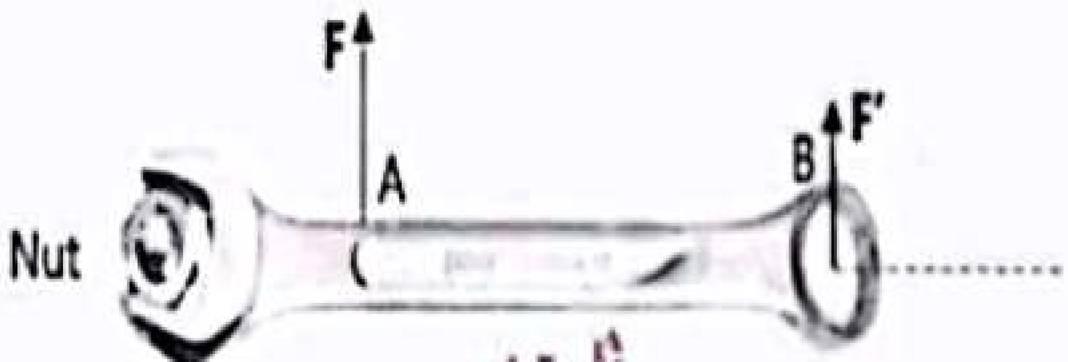
1۔ جب ہم کوئی دروازہ کھولتے یا بند کرتے ہیں تو ہم فورس لگاتے ہیں۔ فورس دروازے کو اس کے قبضے (hinge) کے گرد گھماتی ہے۔ اسے فورس کے گھمانے کا اثر کہا جاتا ہے۔

شکل 4.4

2۔ جب ہم پانی کی ٹونٹی کھولتے یا بند کرتے ہیں تو فورس کے گھمانے کا اثر استعمال کرتے ہیں۔

3۔ کسی دروازے کو قبضے کے قریب سے دھکیل کر کھولنا مشکل ہے بہ نسبت اس کے ہینڈل کے ذریعے (شکل 4.4)۔ یہی وجہ ہے کہ دروازوں اور کھڑکیوں کے ہینڈل قبضے سے دُور فاصلے پر لگائے جاتے ہیں تا کہ کم فورس لگا کر فورس کا مومنٹ بڑھایا جائے۔ اس سے دروازے کھولنا یا بند کرنا آسان ہو جاتا ہے۔

4۔ کسی نٹ (nut) کو رینچ (Spanner) سے کھولنے کے لیے زیادہ فورس لگانا پڑے گی اگر آپ اسے نٹ کے قریب سے پکڑیں مثلاً B کی بجائے نقطہ A سے (شکل 4.5)۔



شکل 4.5

مومنٹ آف فورس (Moment of Force)

تعریف: کسی فورس کا مومنٹ یا ٹارک، فورس اور اس کے مومنٹ آرم کے حاصل ضرب کے برابر ہوتا ہے۔

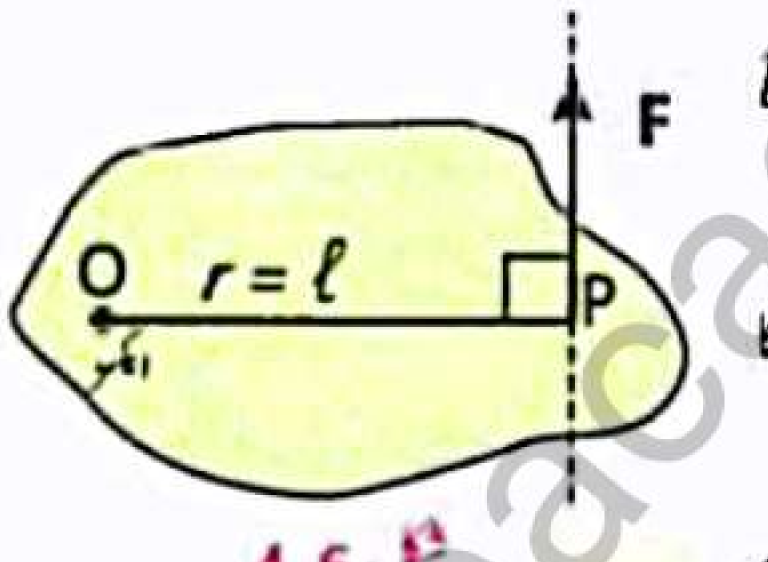
ٹارک کا SI یونٹ: ٹارک کا SI یونٹ نیوٹن میٹر ہے۔

مساوات: ٹارک کی عددی قیمت یہ ہوگی:

$$\tau = F \times L$$

وضاحت: کسی فورس کے گھمانے کے اثر کی پیمائش ایک ایسی مقدار سے کی جاتی ہے جسے مومنٹ آف فورس یا ٹارک (Torque) کہا جاتا ہے۔

شکل (4.6) میں فورس **F** کے عمل کرنے کی لائن r پر عمود ہے اس لیے مومنٹ آرم $l = r$ ہے۔



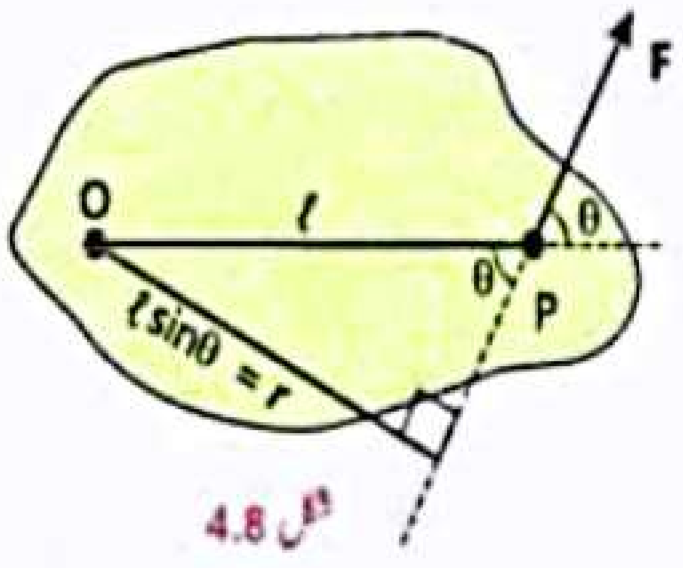
شکل 4.6

صفر ٹارک: اگر فورس کے عمل کرنے والی لائن ایکسز آف روٹیشن میں سے گزرے تو فورس کا ٹارک صفر ہوگا کیونکہ اس کا مومنٹ آرم صفر ہو جاتا ہے۔

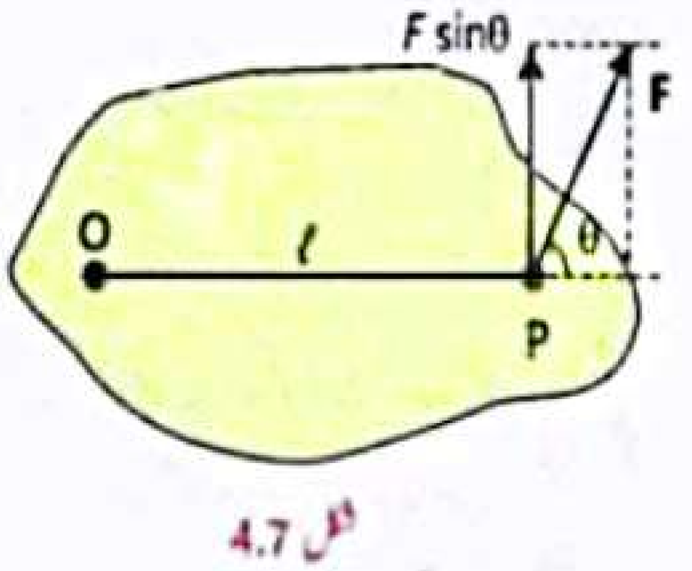
مثبت ٹارک: اگر فورس کسی شے کو ایکسز کے گرد اینٹی کلاک وائز (Anticlockwise) گھمانے کی کوشش کرتی ہے تو ٹارک مثبت (Positive) ہوگا۔

منفی ٹارک: اگر فورس کسی شے کو ایکسز کے گرد کلاک وائز گھمانے کی کوشش کرے تو ٹارک منفی (Negative) ہوگا۔

جب فورس کے عمل کرنے والی لائن فورس F پر عمود نہیں ہوتی: کئیسورتوں میں ایکسز سے نقطہ P جہاں فورس لگ رہی ہے کو ملانے والی لائن فورس **F** پر عمود نہیں ہوتی۔ اس



شکل 4.8



شکل 4.7

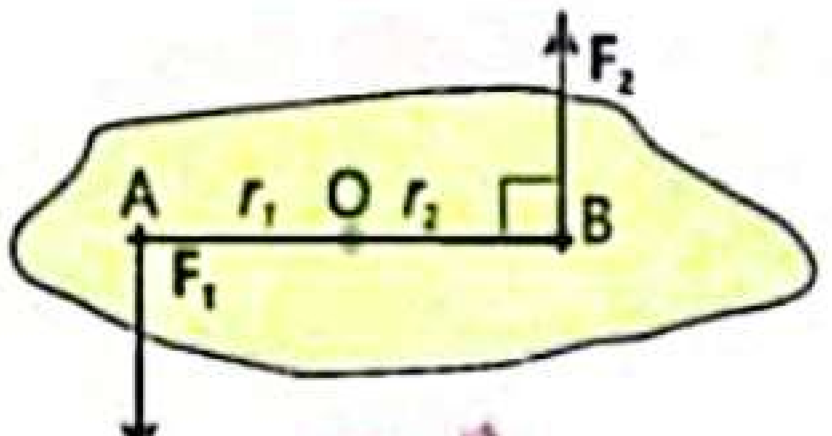
stepacademyofficial.com

لیے l = OP فورس F کا مومنٹ آرم نہیں ہو گا۔ ایسی صورتوں میں فورس F کا وہ جزو معلوم کرنا پڑتا ہے جو لائن l = OP پر عمود ہو۔ (شکل 4.7) یا پھر l کا جزو r معلوم کرنا ہوتا ہے جو فورس F کے عمل کرنے والی لائن پر عمود ہو۔ (شکل 4.8)

اس کے لیے ہمیں کسی فورس یا ویکٹر کے عمودی اجزاء معلوم کرنے کا طریقہ جاننا ہے۔ جسے فورس یا ویکٹر کو عمودی اجزاء میں تقسیم کرنا بھی کہتے ہیں۔

کپل (Couple)

تعریف: جب دو برابر اور مخالف سمتوں میں پیرالل فورسز کسی جسم کے دو مختلف نقاط پر عمل کرتی ہیں تو وہ کپل بناتی ہیں۔



شکل 4.9

وضاحت: کپل ایک خاص قسم کا ٹارک ہے۔ ہم اپنی روزمرہ زندگی میں کئی جگہوں پر دیکھتے ہیں کہ جہاں پر دو برابر مخالف پیرائل فورسز لگا کر ٹارک پیدا کیا جاتا ہے۔

مثالیں: جب ہم پانی کی ٹونٹی کھول یا بند کر رہے ہوں، تالے میں چابی گھما رہے ہوں، کسی جار کا ڈھکن کھول رہے ہوں یا کسی موٹر کار کے سٹیئرنگ وھیل کو گھما رہے ہوں تو ہم دو برابر اور مخالف سمتوں میں فورسز لگاتے ہیں۔ اس طریقے سے پیدا کیا گیا ٹارک کپل کہلاتا ہے۔

گاڑیوں کا سٹیئرنگ وہیل:

کسی گاڑی کو موڑنے کے لیے اس کے سٹیئرنگ وھیل پر کپل لگایا جاتا ہے۔ دلچسپ بات یہ ہے کہ آج کل گاڑیوں میں چھوٹے قطر کا سٹیئرنگ وہیل لگایا جاتا ہے۔ اس کی وجہ یہ ہے کہ زیادہ تر گاڑیوں میں پاور سٹیئرنگ ہوتا ہے جس میں ایک پمپ کے ذریعے ایک قسم کا مائع دھکیلا جاتا ہے تاکہ وھیل کو گھمانے کے لیے کم فورس لگانی پڑے۔ نتیجتاً سٹیئرنگ وھیل بہت آسانی سے گھوم جاتا ہے۔

4.4 ویکٹرز کے عمودی اجزا (Resolution of Vectors)

ویکٹر کے اجزاء: کسی دیے گئے ویکٹر کو دو یا دو سے زیادہ حصوں میں تقسیم بھی کیا جاسکتا ہے۔ تب یہ حصے دیے گئے ویکٹر کے اجزا (Components) کہلاتے ہیں۔ اگر ان اجزا کو جمع کیا جائے تو ان اجزا کا حاصل ویکٹر دیے گئے ویکٹر کے برابر ہو گا۔

فورس کے عمودی اجزا: کسی فورس کو دو اجزا میں تقسیم کیا جاتا ہے جو ایک دوسرے پر عمود ہوتے ہیں۔ یہ اس (فورس) کے عمودی اجزا کہلاتے ہیں۔

ریزولیوشن آف فورس (Resolution of Force): کسی فورس کو اس کے جزا میں تقسیم کرنا ریزولیوشن آف فورس (Resolution of Force) کہلاتا ہے۔

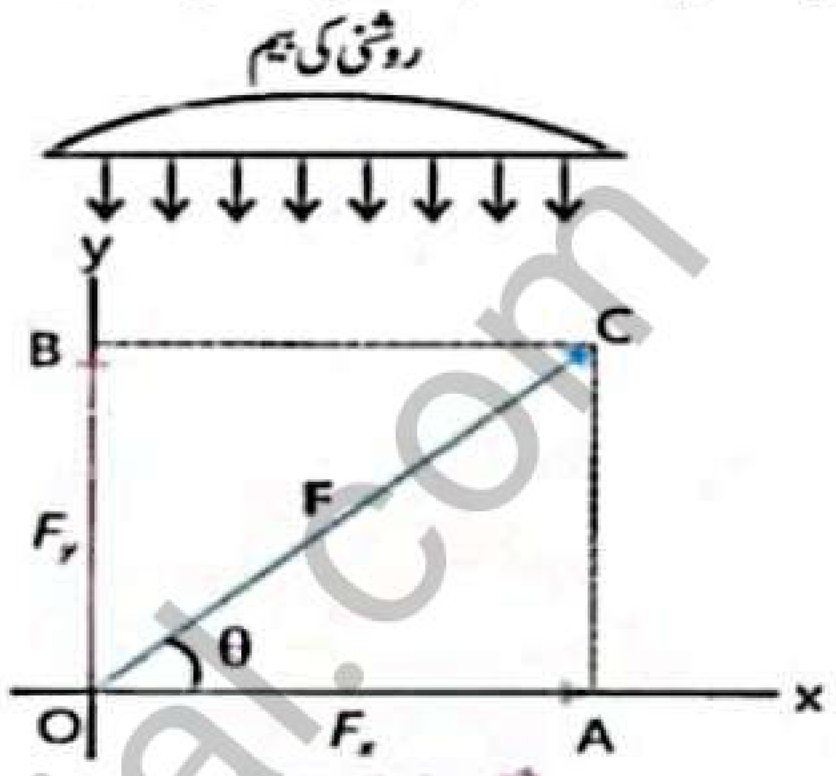
ہیڈ۔ٹو۔ٹیل رول سے دو یا زیادہ ویکٹرز کو جمع کر کے حاصل ویکٹر معلوم کیا جاسکتا ہے۔

ویکٹر کا کمپونینٹ: کسی ویکٹر کا کسی مطلوبہ سمت میں جزو اس کی موثر قیمت کے برابر ہوتا ہے۔

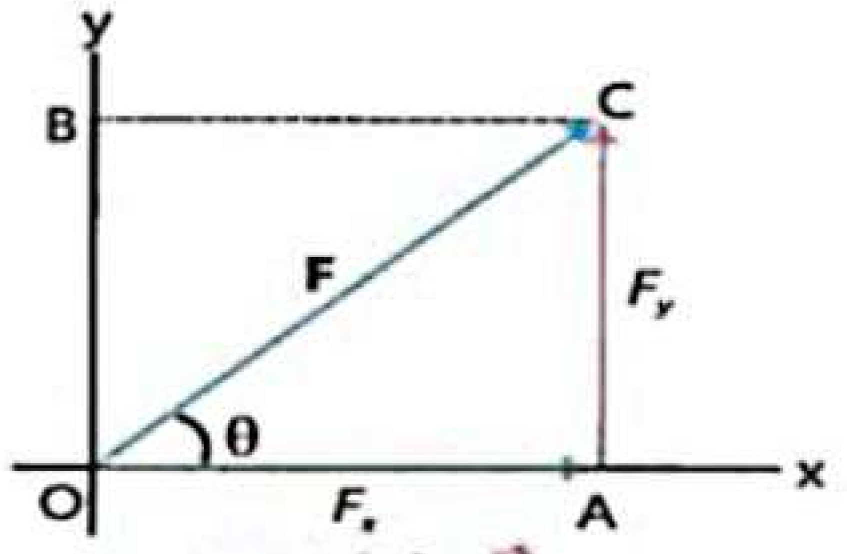
فورس ویکٹر F کو اس کے عمودی اجزا میں تقسیم کرنا۔

stepacademyofficial.com

کسی جسم پر عمل کرنے والی ایک فورس F شکل (2)4.11 میں دکھائی گئی ہے جو x۔ ایکسز کے ساتھ زاویہ بناتی ہے۔ تصور کریں کہ ویکٹر F کے اوپر روشنی کی ایک بیم رکھی گئی ہے۔ چونکہ روشنی x-ایکسز پر عمود پڑ رہی ہے اس لیے یہ x-ایکسز پر ویکٹر F کا سایہ بنا رہی ہے۔ ہم اس سائے کو ویکٹر F کا x۔ جزو کہتے ہیں۔ اسی طرح اگر روشنی
y-ایکسز پر عمود اُڈالی جائے تو y۔ ایکسز پر ویکٹر F کا سایہ اس کا y۔ جزو ہو گا۔



شکل 4.11 (a)



شکل 4.11 (b)

x اور y اجزاء ویکٹر F کے سرے سے دونوں ایکسز پر عمود گرا کر کھینچے جا سکتے ہیں۔

ویکٹر F کے عمودی اجزاء : ویکٹر F کے x- جزو کو اُفقی جزو F_x لکھا جاتا ہے اور y- جزو کو عمودی جزو F_y لکھا جاتا ہے۔ شکل 4.11(b) میں F ویکٹر اس کے اجزاء F_x اور F_y کا حاصل جمع ویکٹر ہے۔ اس لیے F_x اور F_y ویکٹر F کے عمودی اجزاء ہیں۔

عمودی اجزاء کی عددی قیمتیں شکل 4.11(b) میں قائمۃ الزاویہ مثلث OAC سے معلوم کی جا سکتی ہیں۔

فورس F کا اُفقی جُزو F_x

$$\frac{OA}{OC} = \cos\theta$$

قیمتیں درج کرنے سے

$$\frac{F_x}{F} = \cos\theta$$

$$F_x = F\cos\theta$$

فورس F کا عمودی جُزو F_y

$$\frac{AC}{OC} = \sin\theta$$

قیمتیں درج کرنے سے

$$\frac{F_y}{F} = \sin\theta$$

$$F_y = F\sin\theta$$

4.5 عمودی اجزا سے فورس معلوم کرنا

اگر کسی فورس کے عمودی اجزا دیے گئے ہوں تو اُس فورس کی عددی قیمت اور سمت معلوم کی جا سکتی ہے۔ قائمۃ الزاویہ مثلث OAC (شکل 4.11b) پر فیثا غورث کا قانون استعمال کرنے سے

فورس کی مقدار:

$$(OC)^2 = (OA)^2 + (AC)^2$$

$$F^2 = {F_x}^2 + {F_y}^2$$

یا

$$F = \sqrt{{F_x}^2 + {F_y}^2}$$

فورس کی سمت:

$$\tan\theta = \frac{F_y}{F_x}$$

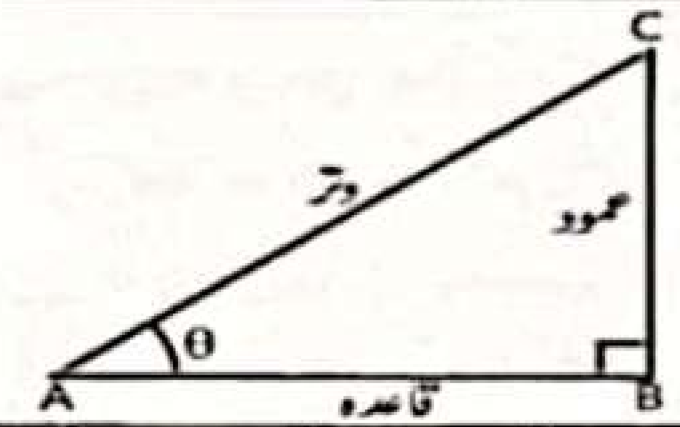
$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{F_y}{F_x}\right)$$

ٹرگنو میٹری کی نسبتوں کا ٹیبل دیکھ کر یا کیلکولیٹر سے زاویہ θ (تھیٹا) کی قیمت معلوم کی جا سکتی ہے۔

stepacademyofficial.com

ٹرگنومیٹری کی نسبتیں (Trigonometric Ratios)

ٹرگنومیٹری، ریاضی کی ایک برانچ ہے جو قائمۃ الزاویہ مثلث کی خصوصیات سے متعلق ہے۔ سامنے شکل میں قائمۃ الزاویہ مثلث ABC دکھائی گئی ہے۔ زاویہ A کو θ سے ظاہر کیا گیا ہے۔ ضلع AB قاعدہ، ضلع BC عمود اور ضلع AC کو وتر کہتے ہیں۔ کوئی سی بھی دو اضلاع کی نسبت کو یہ نام دیے گئے ہیں۔



θ	sinθ	cosθ	tanθ
0°	0	1.0	0
30°	$\frac{1}{2}$ = 0.5	$\frac{\sqrt{3}}{2}$ = 0.866	$\frac{1}{\sqrt{3}}$ = 0.577
45°	$\frac{1}{\sqrt{2}}$ = 0.707	$\frac{1}{\sqrt{2}}$ = 0.707	1.0
60°	$\frac{\sqrt{3}}{2}$ = 0.866	$\frac{1}{2}$ = 0.5	$\sqrt{3}$ = 0.866
90°	1.0	0	∞ لامحدود

$$\frac{\text{عمود}}{\text{وتر}} = \frac{BC}{AC} = \text{sine}\,\theta$$

$$\frac{\text{قاعدہ}}{\text{وتر}} = \frac{AB}{AC} = \text{cosine}\,\theta$$

$$\frac{\text{عمود}}{\text{قاعدہ}} = \frac{BC}{AB} = \text{tangent}\,\theta$$

آسانی کے لیے $sine\ \theta$، $cosine\ \theta$ اور $tanent\ \theta$ کو بالترتیب $sin\theta$، $cos\theta$ اور $tan\theta$ لکھا جاتا ہے۔ بار بار استعمال ہونے والے زاویوں کی نسبتوں کی قیمتیں سامنے ٹیبل میں دی گئی ہیں۔

4.6 مومنٹس کا اصول (Principle of Moments)

تعریف: جب کوئی شے توازن کی حالت میں ہو گی تو کسی نقطے کے گرد کلاک وائز مومنٹس کا مجموعہ، اس نقطے کے گرد اینٹی کلاک وائز مومنٹس کے مجموعہ کے برابر ہو گا۔

وضاحت: ایک میٹر رول کو اس کے سنٹر آف گریویٹی (CG) کے نیچے فانا (Wedge) رکھ کر اس طرح بیلنس کریں کہ رُول افقی حالت میں رہے دو باٹ w_1 اور w_2 میٹر رول کے ایک طرف سنٹر سے بالترتیب l_1 اور l_2 کے فاصلے پر لٹکائے گئے ہیں اور ایک تیسرا باٹ w_3 دوسری طرف l_3 فاصلے پر لٹکائیں کہ میٹر رول دوبارہ متوازن ہو جائے۔

اوزان w_1 اور w_2 میٹر رول کو CG کے گرد اینٹی کلاک وائز گھمانے کی کوشش کرتے ہیں جبکہ w_3 اسے کلاک وائز گھمانے کی کوشش کرتا ہے۔ اوزان کے مومنٹس کی قیمتیں ہیں $w_1 \times l_1, w_2 \times l_2$ اور $w_3 \times l_3$ ہیں۔ جب میٹر رول متوازن ہوتا ہے تو:

کل کلاک وائز مومنٹس = کل اینٹی کلاک وائز مومنٹس

$$w_1 \times l_1 + w_2 \times l_2 = w_3 \times l_3$$

یہ مومنٹس کا اُصول کہلاتا ہے۔

4.7 سنٹر آف گریویٹی اور سنٹر آف ماس (Centre of Gravity and Centre of Mass)

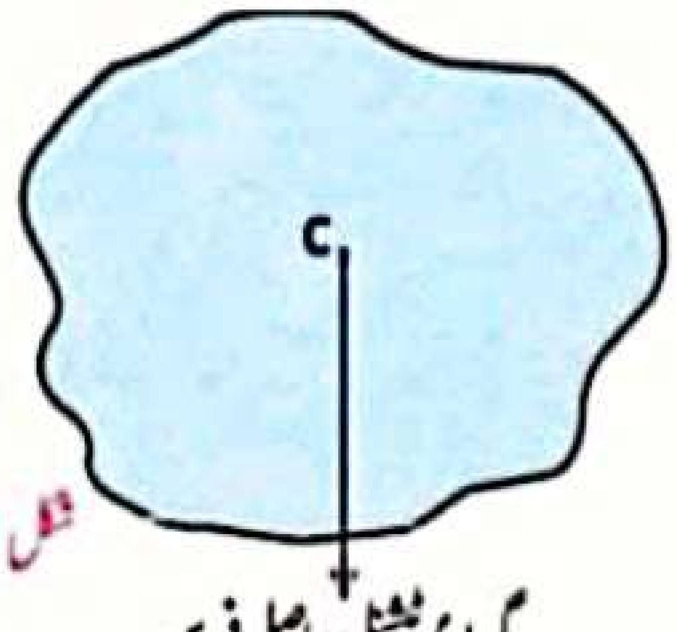
سنٹر آف گریویٹی: سنٹر آف گریویٹی کسی شے میں وہ نقطہ ہے جہاں اُس کا سارا وزن عمل کرتا ہوا معلوم ہوتا ہے۔

اگر کسی شے کو اس کے سنٹر آف گریویٹی پر سہارا دیا جائے تو وہ وہاں بغیر گھومے کھڑی رہتی ہے۔

stepacademyofficial.com

وضاحت: کوئی بھی شے چھوٹے چھوٹے بہت زیادہ ذرات سے مل کر بنی ہوتی ہے۔ ہر ذرے پر زمین کے مرکز کی طرف گریوی ٹیشنل فورس عمل کرتی ہے شکل (4.14 a)۔ کوئی بھی شے زمین کے مقابلے میں بہت چھوٹی ہے اس لیے تمام ذرات پر g کی قیمت یکساں ہو گی۔ لہٰذا ہر ذرے پر اتنی ہی فورس mg لگتی ہے۔ چونکہ یہ تمام فورسز متوازی ہیں اور ایک ہی سمت میں عمل کرتی ہیں اس لیے ان کی حاصل فورس ان تمام فورسز کے مجموعہ کے برابر ہو گی شکل (4.14 b)۔

یعنی Σmg = حاصل فورس ہے، جس میں Σ (سگما) کا مطلب مجموعہ ہے۔



شکل 4.14(b)

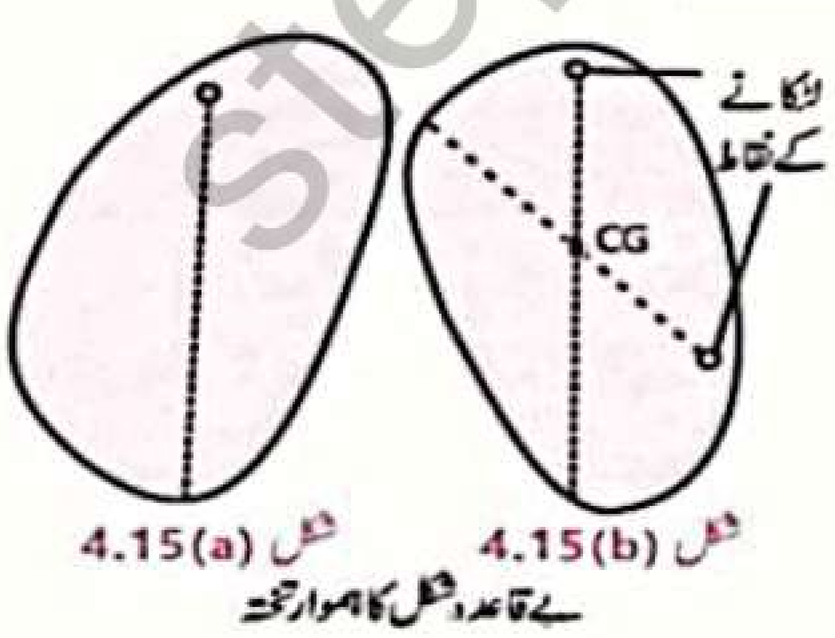
شکل 4.14(a)

باقاعدہ شکل والی کسی بھی شے کا سنٹر آف گریویٹی: باقاعدہ شکل والی کسی بھی شے کا سنٹر آف گریویٹی اُس کے جیومیٹریکل سنٹر پر ہوتا ہے۔ کچھ جیومیٹریکل شکلوں کے سنٹرز آف گریویٹی نیچے ٹیبل میں دیے گئے ہیں۔

مجمل	
اشیاء	سنٹر آف گریویٹی
مربع، مستطیل	وتروں کو ملانے والا نقطہ
مثلث	وسطانیوں کو ملانے والا نقطہ
گول پلیٹ	پلیٹ کا مرکز
کرہ	کرہ کا مرکز
سلنڈر	ایکسز کا مرکز
میٹر رول	رول کا مرکز

ہموار تختے کا سنٹر آف گریویٹی (Centre of Gravity of a Plane Lamina)

کسی بے قاعدہ شکل والے ہموار تختے کا سنٹر آف گریویٹی اسے مختلف نقاط سے آزادانہ لٹکا کر معلوم کیا جا سکتا ہے شکل (4.15 a)۔ ہر دفعہ جب شے کو لٹکایا جائے گا تو اس کا سنٹر آف گریویٹی لٹکانے کے لیے نقطہ سے نیچے کی طرح پلمب لائن (Plumb line) کے ذریعے کھینچی گئی عمودی لائن میں واقع ہو گا۔ اس طرح دو لائنیں جہاں ایک دوسری کو قطع کریں وہی نقطہ اس کے سنٹر آف گریویٹی کا صحیح مقام ہو گا، جیسا کہ شکل (4.15 b)۔ سنٹر آف گریویٹی کسی شے کے اندر بھی ہو سکتا ہے اور باہر بھی، جیسا کہ پیالے کا۔



شکل 4.15(a) شکل 4.15(b)

بے قاعدہ شکل کا ہموار تختہ

سنٹر آف ماس (Centre of Mass)

تعریف: کسی جسم کا سنٹر آف ماس وہ نقطہ ہے جہاں یہ فرض کیا جاسکے کہ جسم کا تمام ماس وہاں اکٹھا ہو گیا ہے۔

وضاحت: نیوٹن کا دوسرا قانون حرکت ایک ذرے پر بھی لاگو ہوتا ہے اور ذرات کے سسٹم پر بھی۔ حتی کہ جب کسی سٹم کے ذرات مختلف ولاسٹی اور ایکسلریشن رکھتے ہوں تب بھی سسٹم میں ایک نقطہ بہر حال ہوتا ہے جس کا ایکسلریشن دوسرا قانون لگا کر معلوم کیا جاسکتا ہے۔ یہ نقطہ سسٹم کا سنٹر آف ماس کہلاتا ہے۔

سنٹر آف ماس اسی طرح برتاؤ کرتا ہے جیسے کہ شے یا سسٹم کا تمام ماس اس ایک نقطے پر موجود ہو۔

مثال: شکل (4.16) میں ایک گھومتا ہوا رینچ ایک غیر مزاحمتی فرش پر پھسلتا ہوا (Sliding) دکھایا گیا ہے۔ رینچ پر کوئی حاصل فورس عمل نہیں کر رہی۔ اس لیے پیلا موٹے نقطے کی شکل میں دکھایا گیا سنٹر آف ماس ایک سیدھی لائن میں یکساں سپیڈ سے جا رہا ہے۔

شکل 4.16 غیر مزاحمتی فرش پر گھومتا ہوا رینچ پھسلتا جا رہا ہے۔

زمین کی سطح پر کسی شے کا سنٹر آف گریویٹی: زمین کی سطح پر جہاں g تقریباً یکساں ہے، کسی شے کا سنٹر آف ماس اس کے سنٹر آف گریویٹی پر ہی واقع ہوتا ہے۔

4.8 توازن (Equilibrium)

تعریف: اگر جسم میں ایکسلریشن نہ ہو تو وہ توازن کی حالت میں کہلاتا ہے۔

وضاحت: اگر کسی جسم پر بہت سی فورسز عمل اس طرح کریں کہ ان کا حاصل فورس صفر ہو تو جسم حالت ریسٹ میں رہتا ہے اور اگر پہلے سے حرکت کر رہا ہے تو یکساں ولاسٹی سے حرکت جاری رکھے گا۔ جسم کی یہ حالت توازن کہلاتی ہے۔

توازن کی اقسام: توازن کی دو اقسام ہیں۔

1- جامد توازن (Static Equilibrium) 2- حرکی توازن (Dynamic Equilibrium)

1- **جامد توازن:** ریسٹ کی حالت میں کوئی جسم جامد توازن میں ہوتا ہے

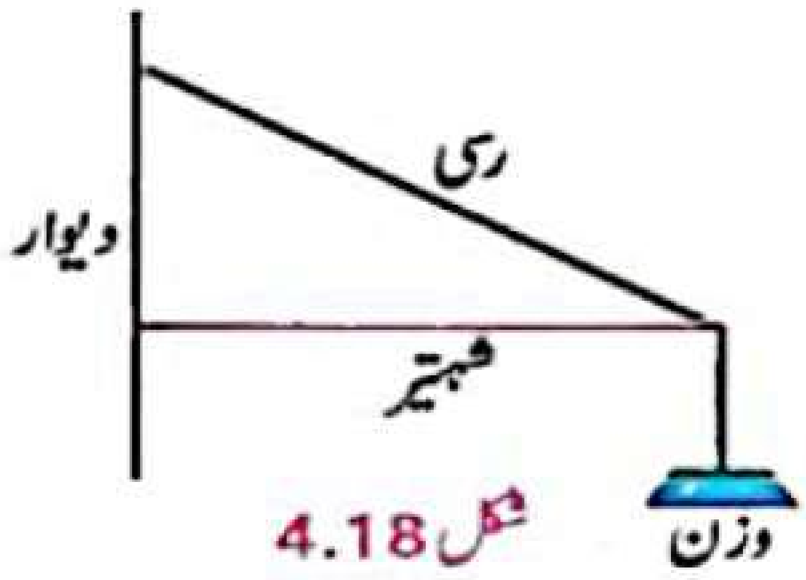
مثال: میز پر پڑی ہوئی ایک کتاب ہے۔ اس پر صرف دو فورسز عمل کر رہی ہیں۔ ایک اس کا وزن w ہے جو نیچے کی طرف عمل کر رہا ہے اور دوسری عمودی فورس F_n ہے جو کتاب پر میز اُوپر کی طرف لگا رہا ہے جیسا کہ شکل (4.17) میں دکھایا گیا ہے۔ چونکہ کتاب ریسٹ کی حالت میں ہے اس لیے اس کا ایکسلریشن صفر ہے۔ اب کتاب پر عمل کرنے والی تمام فورسز کا مجموعہ صفر ہے لہٰذا کتاب توازن کی حالت میں ہوگی۔ پس

کتاب جامد توازن میں ہے
شکل 4.17

stepacademyofficial.com

$$F_n - w = 0$$

یا
$$F_n = w$$



شکل 4.18

اس کا مطلب ہے کہ فورسز کی جسم پر ایسے عمل کر سکتی ہیں کہ ایکسلریشن پیدا نہ ہو۔ کسی کمرے کی چھت سے لٹکتا ہوا بلب، ایک بکس اٹھائے ہوئے کھڑا شخص، ایک رسی اور لٹکتے وزن کی مدد سے دیوار کے سہارے افقی حالت میں رکھا ہوا شہتیر، تمام جامد توازن کی مثالیں ہیں۔

2۔ حرکی توازن: یکساں ولاسٹی سے حرکت کرتا ہوا کوئی جسم حرکی توازن میں ہوتا ہے۔

شکل 4.19 ایک چھاتہ بردار حرکی توازن میں ہے

مثال: حرکی توازن کی ایک بہت اچھی مثال چھاتہ بردار کی ہے (شکل 4.19)۔ آزادانہ گرنے کے چند سیکنڈ بعد پیراشوٹ کھل جاتا ہے اور تھوڑی سی دیر بعد چھاتہ بردار ایک یکساں ولاسٹی سے نیچے اترنا شروع ہو جاتا ہے۔ اس صورت میں، عموداً اوپر کی طرف عمل کرنے والی ہوا کی مزاحمت، چھاتہ بردار پر نیچے کی طرف لگنے والی فورس آف گریویٹی کے برابر ہو کر اُسے زائل کر دیتی ہے۔

انتقالی توازن (Translational Equilibrium): جامد اور حرکی توازن دونوں ایک ہی عنوان انتقالی توازن کے تحت آتے ہیں۔

4.9 توازن کی شرائط (Conditions of Equilibrium)

توازن کی دو شرائط ہیں:

توازن کی پہلی شرط

تعریف: کوئی جسم صرف اُس صورت میں انتقالی توازن میں ہو گا اگر اس پر عمل کرنے والی تمام بیرونی فورسز کی حاصل فورس صفر ہو گی۔

توازن کی پہلی شرط یوں بھی بیان کی جا سکتی ہے: x-ایکسز اور y-ایکسز کے ساتھ تمام فورسز کے اجزا کا مجموعہ صفر ہو۔

توازن کی پہلی شرط کی حسابی صورت: پہلی شرط کا تعلق انتقالی توازن سے ہے۔ نیوٹن کے دوسرے قانون حرکت کے مطابق $F = ma$ ۔ اگر جسم انتقالی توازن میں ہے تو $a = 0$۔ اس لیے مجموعی فورس F صفر ہونی چاہیے۔ یعنی $\sum F = 0$

یہ توازن کی پہلی شرط کی حسابی صورت ہے جسے یوں بیان کیا جائے گا۔

کوئی جسم صرف اُس صورت میں انتقالی توازن میں ہو گا اگر اس پر عمل کرنے والی تمام بیرونی فورسز کی حاصل فورس صفر ہو گی۔

وضاحت: اگر بہت سی ایک ہی پلین میں (عمل کرنے والی) فورسز F_1، F_2، F_3، ...... جن کی حاصل فورس F ہو کسی جسم پر عمل کر رہی ہوں، تو ان کو اپنے عمودی اجزا میں تقسیم کیا جا سکتا ہے۔ تب انتقالی توازن کی پہلی شرط یوں لکھی جائے گی:

x-سمت میں
$$F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} + \cdots = 0$$

یا
$$\sum F_x = 0$$

اسی طرح y-سمت میں
$$F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} + \cdots = 0$$

یا
$$\sum F_y = 0$$

stepacademyofficial.com

توازن کی پہلی شرط یوں بھی بیان کی جا سکتی ہے: x- ایکسز اور y- ایکسز کے ساتھ تمام فورسز کے اجزا کا مجموعہ صفر ہو۔

توازن کی دوسری شرط

تعریف: کسی جسم پر کسی نقطے کے گرد عمل کرنے والے تمام ٹارکس کا ویکٹر مجموعہ صفر ہونا چاہیے۔

وضاحت: توازن کی دوسری شرط کا تعلق گھمانے کے توازن (Rotatinal Equilibrium) سے ہے، جس کا مطلب ہے کہ کوئی جسم فورسز کے لگنے پر نہ گھومے۔

ایک ٹھوس جسم کی مثال لیں (شکل 4.20)۔ دو برابر قیمتوں کی فورسز F_1 اور F_2 اس پر عمل کر رہی ہیں۔

(a) صورت میں دونوں فورسز ایک ہی لائن میں عمل کر رہی ہیں۔

(b) شکل 4.20 (a)

(b) صورت میں دونوں فورسز مختلف لائنوں میں عمل کر رہی ہیں، چنانچہ F_1 اور F_2 کی قیمتیں برابر ہیں اس لیے دونوں صورتوں میں حاصل فورس صفر ہے۔ اس طرح توازن کی پہلی شرط پوری ہو رہی ہے، لیکن آپ دیکھ سکتے ہیں کہ (b) صورت میں فورسز ایک کپل بنا رہی ہیں جو ٹارک لگا کر جسم کو نقطہ کے گرد گھما سکتا ہے۔ اس لیے مکمل طور پر توازن میں ہونے کے لیے ایک دوسری شرط بھی درکار ہے۔ یعنی جسم پر کوئی ٹارک عمل نہیں کرنا چاہیے۔ یہ توازن کی دوسری شرط ہے۔

حسابی طور پر ہم یوں لکھ سکتے ہیں:

$$\sum \tau = 0$$

پس کوئی جسم مکمل طور پر توازن میں اس وقت ہو گا جب

$$\sum \tau = 0 \quad \text{اور} \quad \begin{cases} \sum F_x = 0 \\ \sum F_y = 0 \end{cases}$$

توازن کی شرائط کے ذریعے حسابی سوالات حل کرنا:

توازن کی شرائط استعمال کر کے حسابی سوالات حل کرنے کے لیے مندرجہ ذیل اقدام مدد کریں گے۔

1۔ سب سے پہلے ان اشیا کا انتخاب کریں جن پر مساوات $\sum F_x = 0$ اور $\sum F_y = 0$ لاگو ہوتی ہیں۔ ہر شے پر الگ الگ عمل درآمد کریں۔

2۔ اشیا اور ان پر عمل کرنے والی فورسز کو ظاہر کرنے کے لیے ڈایاگرام بنائیں۔ صرف اشیا پر عمل کرنے والی فورسز کو شامل کیا جائے۔ وہ فورسز جو اشیا اپنے ارد گرد لگاتی ہیں ان کو شامل نہ کیا جائے۔

stepacademyofficial.com

3۔ x اور y-ایکسز کا ایک ایسا سیٹ منتخب کریں کہ x یا y-ایکسز کی سمتوں میں زیادہ سے زیادہ فورسز آجائیں۔ اس سے اجزا میں تقسیم کرنے والی فورسز کی تعداد کم رہ جائے گی۔

4۔ وہ تمام فورسز جو کسی بھی ایکسز کے متوازی نہیں ہیں، ان کو اپنے عمودی اجزا میں تقسیم کرلیں۔

5۔ $\sum F_x = 0$ اور $\sum F_y = 0$ درج کرکے دو مساواتیں حاصل کرلیں۔

6۔ اگر ضرورت ہو تو $\sum \tau = 0$ لگانے کے لیے مساوات استعمال کریں تاکہ ایک اور مساوات مل جائے۔

7۔ مطلوبہ نامعلوم مقدار میں معلوم کرنے کے لیے ان مساوات کو باہم حل کریں۔

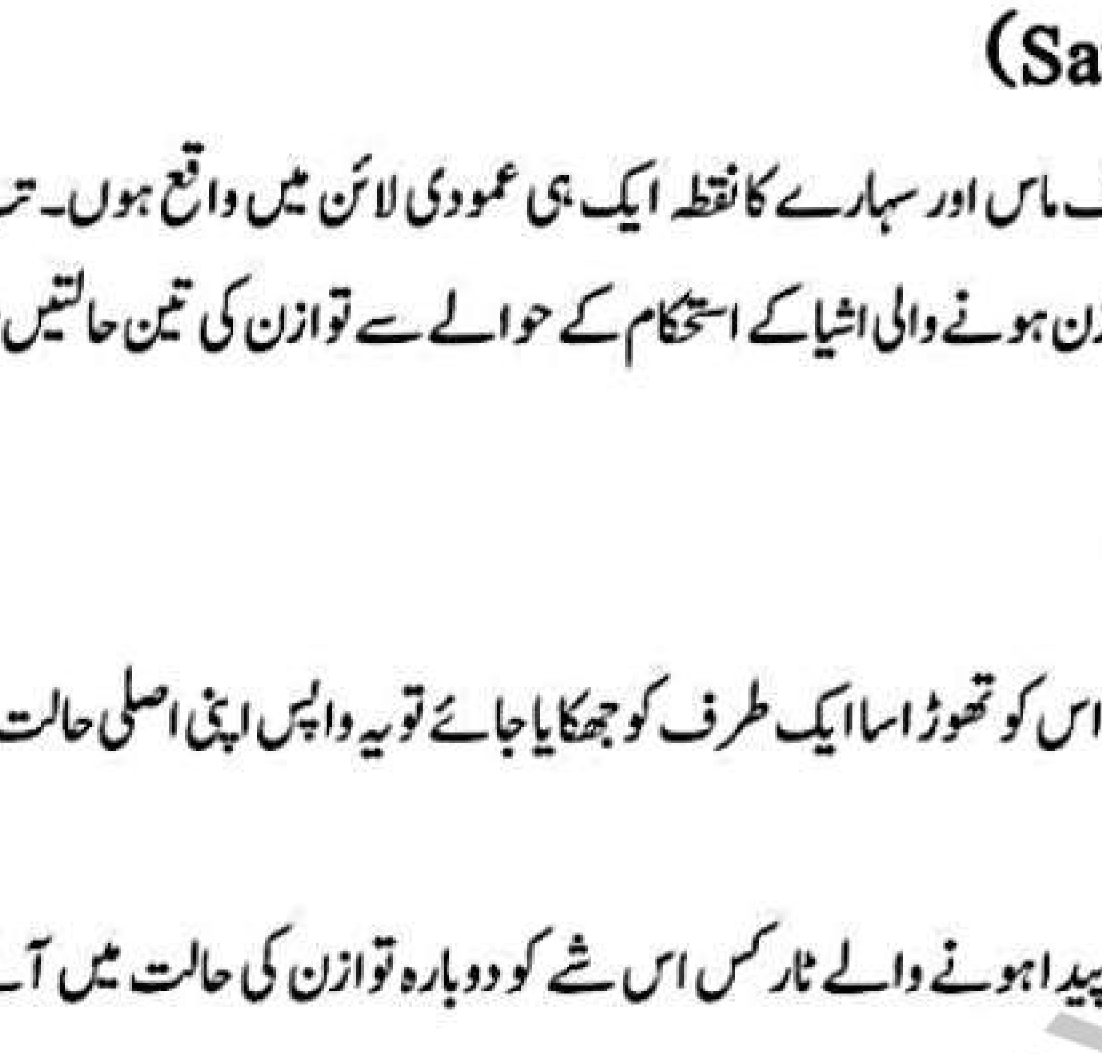
4.8 توازن کی حالتیں (Sates of Equilibrium)

کوئی شے اس وقت توازن کی حالت میں ہوتی ہے جب اس کا سنٹر آف ماس اور سہارے کا نقطہ ایک ہی عمودی لائن میں واقع ہوں۔ تب ہر طرف کی فورسز زائل ہو جاتی ہیں اور شے توازن میں کہلاتی ہے۔ متوازن ہونے والی اشیا کے استحکام کے حوالے سے توازن کی تین حالتیں ہوتی ہیں:

1۔ قیام پذیر توازن (Stable Equilibrium)

تعریف: کوئی شے قیام پذیر توازن کی حالت میں ہونا کہلاتی ہے کہ اگر اس کو تھوڑا سا ایک طرف کو جھکایا جائے تو یہ واپس اپنی اصلی حالت میں آجائے۔

وضاحت: قیام پذیر توازن تب ہوتا ہے جب کسی شے کو گھمانے سے پیدا ہونے والے ٹارکس اس شے کو دوبارہ توازن کی حالت میں آنے پر مجبور کردیں۔ کوئی شے اسی وقت تک توازن میں رہے گی جب تک اُس کا سنٹر آف ماس اس کی بنیاد کے اندر رہتا ہے۔



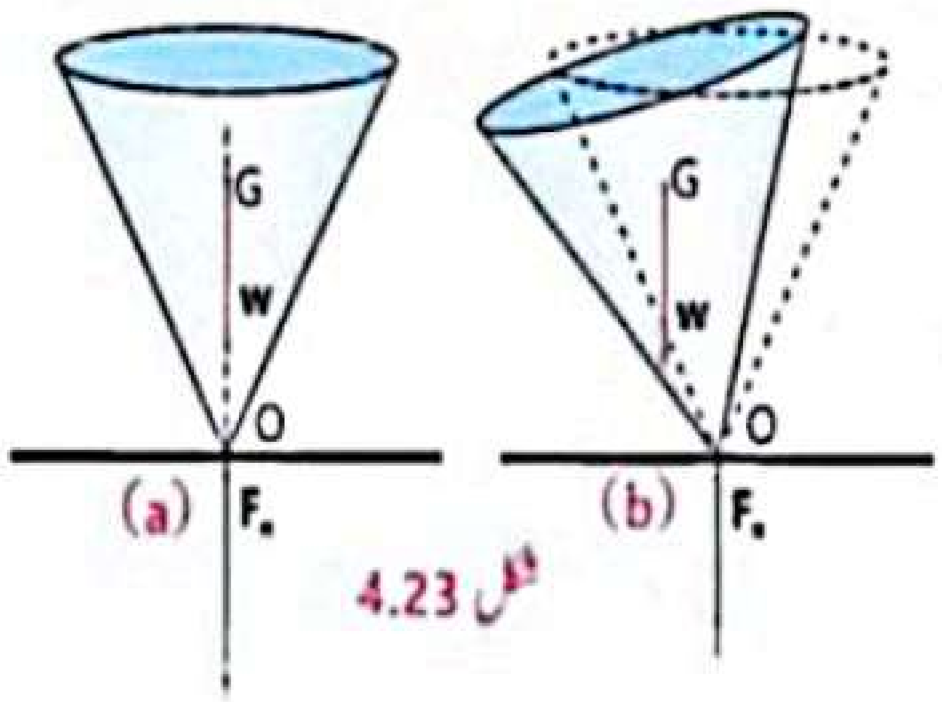
شکل 4.22

مثال: شکل 4.22(a) میں دکھائی گئی مخروط (Cone) قیام پذیر توازن کی حالت میں ہے۔ سنٹر آف گریویٹی پر نیچے کی طرف عمل کرنے والا اس کا وزن w اور اوپر کی طرف اس پر عمل کرنے والا رد عمل F_n ایک ہی عمودی لائن میں واقع ہیں۔ چونکہ یہ فورسز برابر اور مخالف سمتوں میں ہیں اس لیے یہ ایک دوسری کو زائل کردیتی ہیں اور توازن کی دونوں شرائط پوری ہو جاتی ہیں۔ جب آپ مخروط کو ذرا سا جھکا کر گرانے کی کوشش کرتے ہیں تو اس کا سنٹر آف گریویٹی تھوڑا اوپر اُٹھ جاتا ہے لیکن اب بھی یہ مخروط کی 4.22 بنیاد (Base) کے اوپر ہی رہتا ہے، اس سے باہر نہیں جاتا۔ تب وزن w اور عمودی فورس F_n ایک ہی لائن میں نہیں رہتے لیکن ان لائنک پیرالل فورسز کی طرح عمل کرتے ہیں۔ پھر مخروط توازن میں نہیں رہتی۔ ان لائنک پیرالل فورسز ایک کلاک وائز ٹارک پیدا کرتی ہیں جو مخروط کو واپس اپنی اصل حالت میں واپس لے آتا ہے۔ یہ بات نوٹ کرنے والی ہے کہ کوئی شے اسی وقت تک توازن میں رہے گی جب تک اُس کا سنٹر آف ماس اس کی بنیاد کے اندر رہتا ہے۔

2۔ غیر قیام پذیر توازن (Unstable Equilibrium)

تعریف: کوئی شے غیر قیام پذیر توازن میں تب ہوتی ہے جب اسے ذرا سا بھی جھکائیں تو یہ اپنی اصل حالت سے مزید دُور ہوتی جاتی ہے۔

stepacademyofficial.com

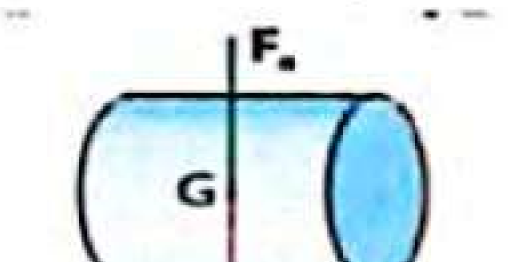


شکل 4.23

مثال: مخروط کو اس کے نوک دار سرے کے سہارے توازن میں کھڑا کرنے کی کوشش کریں۔ یہ صرف ایک لمحے کے لیے کھڑی ہو سکے گی کیونکہ w اور F_n ایک ہی لائن میں واقع ہیں۔ اگر اسے ذرا سا بھی جھکائیں تو یہ خود بخود اپنی اصلی حالت میں واپس نہیں آئے گی۔ بلکہ یہ گر جائے گی کیونکہ اس کا سنٹر آف ماس زیادہ دیر اس کی بنیاد کے اوپر نہیں رہے گا۔ یہ اس لیے اُلٹ جائے گی کیونکہ w کی عمل کرنے کی لائن مخروط کی بنیاد ہ کے اندر نہیں رہے گی (شکل 4.23)۔ اس صورت میں ذرا سا جھکانے سے اس کا سنٹر آف گریویٹی نیچا ہو جائے گا اور یہ مزید گرتی چلی جائے گی۔ یہ دوبارہ کھڑی نہیں ہو سکتی۔ کیونکہ پیدا کی گئی اینٹی کلاک وائز ٹارک اس کو اور نیچے لے جائے گی۔

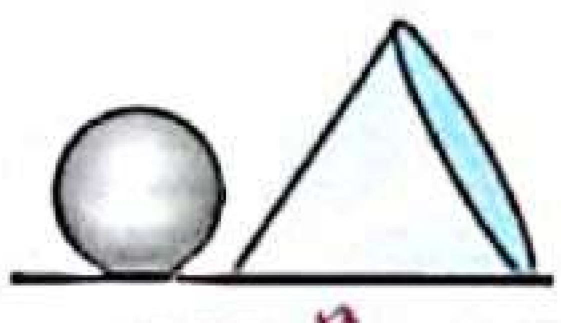
3- نیوٹرل توازن (Neutral Equilibrium)

تعریف: اگر کسی شے کو ہلانے سے وہ نئی جگہ پر دوبارہ ریسٹ کی حالت میں آ جائے اور اس کے سنٹر آف ماس کی اونچائی نہ بدلے تو ایسی شے کو نیوٹرل توازن میں ہونا کہا جائے گا۔



شکل 4.24

مثال: شکل (4.24) میں دکھایا گیا ایک سلنڈر افقی سطح پر پڑا ہوا نیوٹرل توازن میں ہے۔ اگر سلنڈر کو ذرا سا گھمایا جائے تو کوئی فورس یا ٹارک اس پر عمل کرنے والی نہیں ہے جو اسے اپنی اصلی جگہ پر واپس لے آئے یا اسے دور لے جائے۔ جب سلنڈر گھومتا ہے تو اس کے سنٹر آف ماس کی اونچائی تبدیل نہیں ہوتی۔ سلنڈر کی کسی بھی پوزیشن پر اس کا وزن اور فرش کا ردعمل ایک ہی عمودی لائن میں رہتے ہیں۔


شکل 4.25

نیوٹرل توازن کی دیگر مثالوں میں افقی سطح پر لڑھکنے والا بال یا اپنی گول سطح کے بل پڑی ہوئی مخروط ہیں۔

4.11 قیام پذیری میں بہتری (Improvement of Stability)

ہم کسی شے کے سنٹر آف گریویٹی کو نیچا کر کے یا اس کی بنیاد کو چوڑا کر کے اس کی قیام پذیری کو بہتر کر سکتے ہیں۔

ایک نیچی بازو دار کرسی ایک اونچی کرسی کے مقابلے میں زیادہ قیام پذیر ہوتی ہے کیونکہ اُس کا سنٹر آف گریویٹی نیچا ہوتا ہے۔ جب ہم قیام پذیری کی بات کرتے ہیں تو سنٹر آف گریویٹی کی پوزیشن بہت اہم ہے۔ کوئی بس قیام پذیر ہے یا غیر قیام پذیر، یہ اس بات پر منحصر ہے کہ اُس پر وزن کیسے لادا گیا ہے۔ اگر بھاری اوزان بس کے فرش پر رکھے گئے ہیں تو اس کا سنٹر آف گریویٹی نیچا ہو گا۔ اب اگر یہ تھوڑا سا ایک طرف کو جھکتی ہے تو ایک ٹارک اُس کو اپنی اصلی حالت میں واپس لے آئے گا۔ اس صورت میں بس قیام پذیر توازن میں ہے۔ اگر اسی بس کی چھت پر سٹیل کی شیٹیں لدی ہوں تو سنٹر آف گریویٹی اوپر چلا جائے گا۔ اب یہ غیر قیام پذیر توازن کے قریب چلی جائے گی۔ اگر اسے تھوڑا سا بھی جھکایا جائے گا تو ایک کپل اس کو الٹا دے گا۔ یہی صورت حال بحری جہازوں اور کشتیوں کی ہو گی۔ ہم کسی شے کے سنٹر آف گریویٹی کو نیچا کر کے یا اس کی بنیاد کو چوڑا کر کے اس کی قیام پذیری کو بہتر کر سکتے ہیں۔

8.12 عملی زندگی میں قیام پذیری کا اطلاق (Applications of Stability in Real Life)

stepacademyofficial.com

قیام پذیری کے تصور کو انجینئرنگ ٹیکنالوجی میں وسیع پیمانے پر استعمال کیا جاتا ہے خاص طور پر ریسنگ کاروں اور بیلنسنگ کھلونوں کی مینوفیکچرنگ تیاری میں۔

ریسنگ کاریں: چونکہ ریسنگ کاروں کو بہت زیادہ سپیڈ سے دوڑایا جاتا ہے اور ان کے راستے میں تیز موڑ بھی ہوتے ہیں، اس لیے ان کے الٹنے کا خطرہ زیادہ ہوتا ہے۔ ریسنگ کاروں کی قیام پذیری کو بڑھانے کے لیے جہاں تک ہو سکے ان کے سنٹر آف ماس نیچے رکھے جاتے ہیں۔ ان کے پہیوں کو ان کی اصل باڈیز سے باہر لگا کر ان کی بنیادوں کا رقبہ بھی بڑھایا جاتا ہے۔

بیلنسنگ کھلونے: بیلنسنگ کھلونے (Balancing Toys) بھی بچوں اور بڑوں سب کے لیے دلچسپی کا باعث ہوتے ہیں۔

بیلنسنگ ٹوائز اس قسم کے کھلونی کے پیچھے فزکس یہ ہے کہ بیلنسنگ کھلونوں میں قیام پذیری پیدا کرنے کا عمل ان کے اندر ہی نصب کیا ہوتا ہے۔ بنیادی طور پر یہ کھلونی مکمل طور پر قیام پذیر حالت میں ہوتے ہیں۔ اس طرح کہ ان کے سنٹرز آف گریویٹی ہمیشہ نقطہ محور سے نیچے رہتے ہیں۔ اگر ان کھلونوں کو کسی بھی طرف جھکایا جائے تو ان کا سنٹر آف گریویٹی اوپر چلا جاتا ہے اور یہ ایک لمحے کے لیے غیر قیام پذیر حالت میں آجاتے ہیں۔ لیکن یہ اپنے سنٹر آف گریویٹی کو نیچا کر کے خود بخود اپنی ابتدائی قیام پذیر توازن کی حالت میں واپس آجاتے ہیں۔ بچے ان کھلونوں سے قیام پذیر سسٹم اور کس طرح ان کو جھکانے کے بعد یہ اپنی ابتدائی ریسٹ کی حالت میں واپس آتے ہیں سیکھتے ہیں۔ بچوں کے لیے بیلنسنگ کھلونوں کی بنیاد پر تعلیمی گیمز بھی بنائی گئی ہیں۔

شکل 4.26 بیلنسنگ ٹوائز

گھومنے کی حرکت بمقابلہ انتقالی حرکت (Rotational Motion Vs Translational Motion)

انتقالی حرکت میں ولاسٹی، ایکسلریشن، فورس اور مومینٹم کے ہم منصب (Counterparts) مقدار میں گھومنے والی حرکت میں بالترتیب اینگولر (Angular) ولاسٹی، اینگولر ایکسلریشن، مومنٹ آف فورس (ٹارک) اور اینگولر مومینٹم ہیں۔ اس کا مطلب یہ ہے کہ گھومنے والی حرکت میں ٹارک وہی کردار ادا کرتا ہے جو انتقالی حرکت میں فورس ادا کرتی ہے۔ اس لیے ہم یہ پیش گوئی کرنے میں حق بجانب ہیں کہ نیوٹن کے پہلے قانون حرکت کی طرح ایک گھومنے والا جسم اپنی حرکت اسی اینگولر ولاسٹی سے جاری رکھے گا جب تک اس پر کوئی حاصل ٹارک عمل نہ کرے۔ بہر حال اگر کسی گھومتے جسم پر کوئی حاصل ٹارک لگایا جاتا ہے تو یہ اس کی سپیڈ کو بڑھائے یا گھٹائے گا، اس کا انحصار ایکسز آف روٹیشن کے لحاظ سے ٹارک کی سمت پر ہوگا۔

دائرے میں حرکت (Motion in a Circle)

جب کوئی جسم دائرے میں حرکت کرتا ہے تو کسی نقطے پر اس کی ولاسٹی اس نقطے پر کھینچے گئے مماس کی سمت میں ہوگی۔

وضاحت: شکل (4.28) ظاہر کرتی ہے کہ دائرے کے ہر نقطے پر مماس کی سمت مختلف ہے۔ اس لیے یکساں سپیڈ سے کسی دائرے میں حرکت

stepacademyofficial.com

مصنوعی سیاروں (Satellites) کی ہے جو زمین کے گرد یکساں سپیڈ سے دائروں میں گھومتے ہیں۔ زمین کی گریوی ٹیشن کی کشش انھیں سینٹری پیٹل فورس مہیا کرتی ہے۔

شکل 4.31 واشنگ مشین

واشنگ مشین ڈرائیر: روز مرہ زندگی میں اس کی مثال واشنگ مشین ڈرائیر کی ہے۔ ڈرائیر سلنڈر کی شکل کا ایک دھاتی ڈرم ہوتا ہے جس کی دیواروں میں بہت سے سوراخ ہوتے ہیں۔ گیلے کپڑے اس میں ڈالے جاتے ہیں۔

جب سلنڈر تیزی سے گھومتا ہے تو ڈرم کی دیواروں اور کپڑوں کے درمیان فرکشن سینٹری پیٹل فورس مہیا کرتی ہے۔ چونکہ پانی کے قطرات حرکت کرنے کے لیے آزاد ہوتے ہیں اس لیے وہ دائروں میں حرکت کرنے کے لیے سینٹری پیٹل فورس حاصل نہیں کر پاتے اور ڈرم میں سے سوراخوں کے ذریعے باہر نکل جاتے ہیں۔ نتیجتاً کپڑے جلد خشک ہو جاتے ہیں۔

شکل 4.32 کریم سیپریٹر

کریم سیپریٹر: ایک اور دلچسپ مثال دودھ میں سے کریم نکالنے والی مشین ہے، جسے کریم سیپریٹر (Cream Separator) کہتے ہیں۔ اس میں دودھ کو تیزی سے گھمایا جاتا ہے۔ چونکہ کریم کے ہلکے ذرات پر کم سینٹری پیٹل فورس لگتی ہے اور وہ مشین کے درمیان والے حصے میں جمع ہو جاتے ہیں۔ دودھ کے بھاری ذرات کو چھوٹے نصف قطر r کے دائروں میں رہنے کے لیے زیادہ سینٹری پیٹل کی ضرورت ہوتی ہے، اس لیے وہ (مرکز سے) دور مشین کی دیواروں کی طرف چلے جاتے ہیں۔

حل شدہ مثالیں

شکل 4.10

مثال 4.2 25 cm لمبا ایک رینچ، نٹ کھولنے کے لیے استعمال کیا گیا ہے۔ اگر رینچ کے دوسرے سرے پر 400 N کی فورس لگائی جائے جیسا کہ شکل میں دکھایا گیا ہے، تو نٹ پر لگنے والا ٹارک کتنا ہوگا؟

حل:

رینچ کی لمبائی $= l = 25\text{ cm} = \frac{25}{100}\text{ m} = 0.25\text{ m}$

فورس $= F = 400\text{ N}$

ٹارک $= \tau = ?$

مساوات استعمال کرنے سے $\tau = F \times l$

قیمتیں درج کرنے سے $\tau = 400\,N \times 0.25\text{ m} = 100\text{ Nm}$

مثال 4.3: ایک 160 N کی فورس لکڑی کے ایک بکس پر ایک افقی سمت کے ساتھ 60° کا زاویہ بناتی عمل کر رہی ہے۔ اس کے x اور y اجزا معلوم کریں۔

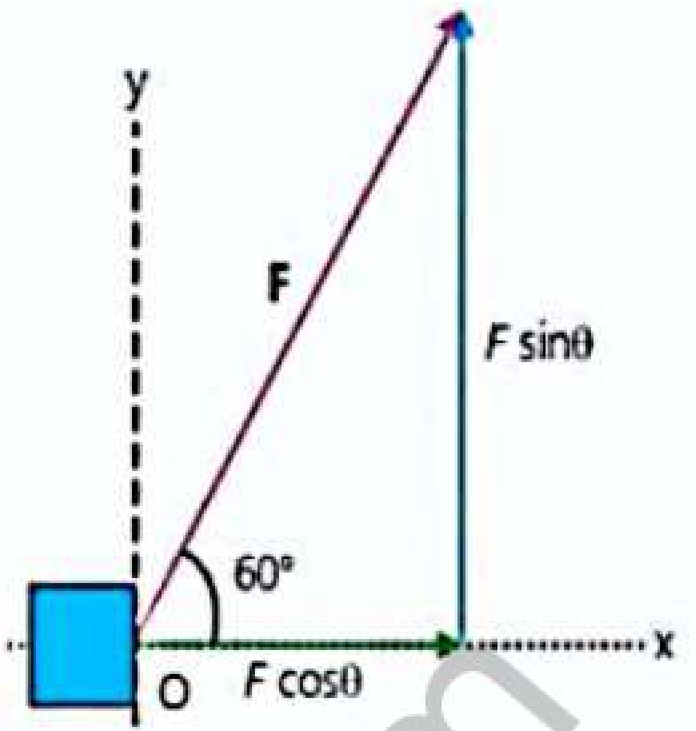
فورس $= F = 160\text{ N}$

زاویہ $= \theta = 60^o$

جزو-x = F_x = ?

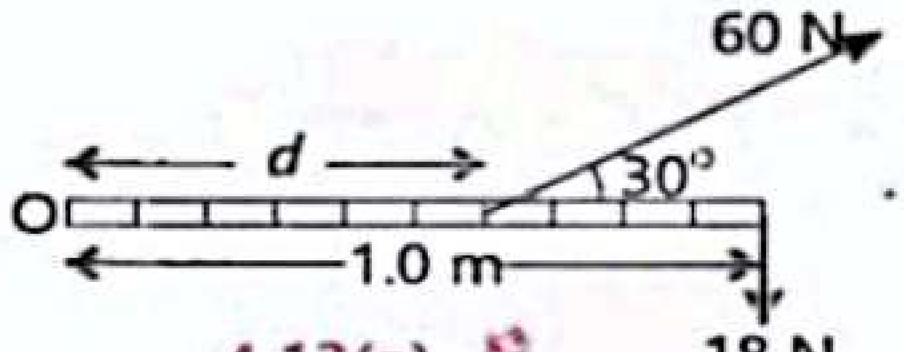
جزو-y = F_y = ?

$$F_x = F\cos\theta$$
$$F_x = 160\ N \times \cos 60^o$$
$$= 160\ N \times 0.5 = 80\ \mathrm{N}$$
$$F_y = F\sin\theta$$
$$F_y = 160\ N \times \sin 60^o$$
$$= 160\ N \times 0.866 = 138.6\ \mathrm{N}$$

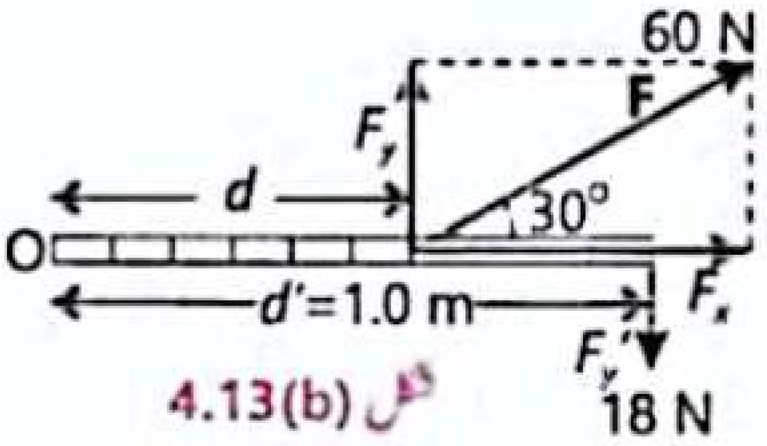


مثال4.4:

ایک میٹرزول کو میز پر اس کے ایک سرے میں ایسے پن لگادی گئی ہے کہ یہ افقی طور پر آزادانہ گھوم سکے۔ میٹرزول کے آزاد سرے پر N 18 کی ایک فورس اس پر عموداً لگائی گئی ہے۔ ایک N 60 کی دوسری فورس میٹرزول کے ساتھ 30^o کا زاویہ بناتے ہوئے لگائی گئی ہے جیسا کہ شکل (4.13 a) میں دکھایا گیا ہے۔ دوسری فورس میٹرزول کے پن والے سرے سے کتنے فاصلے پر لگنی چاہیے کہ میٹرزول نہ گھومے؟



شکل 4.13(a)



شکل 4.13(b)

حل: افقی سطح پر میٹرزول کا وزن اثر انداز نہیں ہو گا۔ جو نقطہ O سے d فاصلے پر عمل کرتے ہیں فورس جس کی قیمت N 60 ہے کو اس کے عمودی اجزا میں تقسیم کرتے ہیں اجزاء یہ ہیں :

$$F_x = F\cos\theta = 60\ N \times \cos 30^o = 60\ N \times 0.866 = 51.96\ \mathrm{N}$$
$$F_y = F\sin\theta = 60\ N \times \sin 30^o = 60\ N \times 0.5 = 30\ \mathrm{N}$$

چونکہ جزو Fx ایکسز آف روٹیشن سے گزرتا ہے، اس کا ٹارک صفر ہو گا۔ N 30 فورس کا ٹارک τ_1 مثبت ہو گا جب کہ 18 Nsفورس کا ٹارک τ_2 منفی ہو گا۔ جب یہ دو ٹارک ایک دوسرے کو کینسل کر دیں گے، تب یہ میٹرزول نہیں گھومے گی۔ یعنی

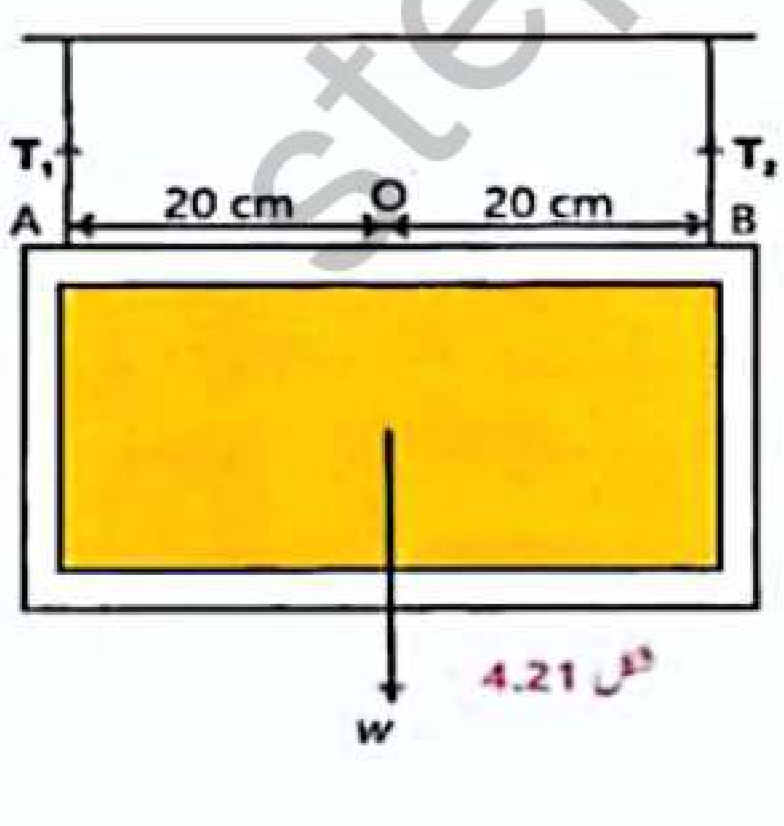
$$\tau_1 = \tau_2$$

یا $F_y \times d = F'_y \times d'$

$$30\ N \times d = 18\ N \times 1\ m$$
$$d = \frac{18\ N \times 1\ m}{30\ N} = 0.6\ \mathrm{m}$$

مثال 4.5:

دو عمودی ڈوریوں کی مدد سے ایک تصویر لٹکائی گئی ہے جیسا کہ شکل (4.21) میں دکھایا گیا ہے۔ تصویر کا وزن N 5 ہے اور یہ اس کے سنٹر آف گریویٹی پر عمل کرتا ہے۔ دونوں ڈوریوں میں تناؤ (Tension) T_1 اور T_2 معلوم کریں۔



شکل 4.21

حل:

اوپر کی طرف کل فورس $= T_1 + T_2$

stepacademyofficial.com

نیچے کی طرف کل فورس = $w = 5$ N

ڈوریوں میں تناؤ = $T_1 = ?$, $T_2 = ?$

چونکہ کوئی افقی فورس نہیں ہے، اس لیے $\sum F_x = 0$

$$\sum F_y = 0$$

$$T_1 + T_2 - w = 0 \qquad \text{(i)}$$

اب $\Sigma\tau = 0$ استعمال کریں، نقطہ B کو ایکسز آف روٹیشن بنالیں۔ تو T_1 کا ٹارک τ_1 منفی ہوگا جبکہ w کا ٹارک نقطہ B کے گرد τ_2 مثبت ہوگا۔ T_2 کا ٹارک صفر ہوگا۔ کیونکہ یہ ایکسز آف روٹیشن میں سے گزر رہی ہے۔ لہٰذا

$$\tau_2 - \tau_1 = 0$$

$$\mathrm{w} \times \mathrm{BO} - T_1 \times \mathrm{AB\ m} = 0$$

یا

$$w \times 0.2\ \mathrm{m} - T_1 \times 0.4\ \mathrm{m} = 0$$

$$5\ N \times 2\ \mathrm{m} - T_1 \times 0.4\ \mathrm{m} = 0$$

$$10\ \mathrm{Nm} = T_1 \times 0.4\ \mathrm{m}$$

$$T_1 = \frac{10\ Nm}{0.4\ m} = 2.5\ N$$

T_1 اور w کی قیمتیں مساوات (i) میں درج کرنے سے

$$2.5\ N + T_2 - 5\ N = 0$$

$$T_2 = 5\ N - 2.5\ N = 2.5\ \mathrm{N}$$

مثال 4.6:

150 g کا ایک پتھر ایک ڈوری کے ساتھ باندھ کر ایک افقی دائرے میں یکساں سپیڈ $8\ ms^{-1}$ سے گھمایا گیا ہے۔ ڈوری کی لمبائی 1.2 m ہے۔ پتھر پر عمل کرنے والی سینٹری پیٹل فورس معلوم کریں۔ گریویٹی کے اثرات کو نظر انداز کر دیں۔

پتھر کا ماس = m = 150 g = 0.15 kg

پتھر کی سپیڈ = $\mathrm{v} = 8\ ms^{-1}$

دائرے کا رداس = r = 1.2 m

سینٹری پیٹل فورس = $F_c = ?$

مساوات کی رُو سے

$$F_c = \frac{\mathrm{mv}^2}{\mathrm{r}}$$

قیمتیں درج کرنے سے

$$F_c = \frac{0.15\ \mathrm{kg} \times (8\ \mathrm{ms}^{-1})^2}{1.2\ \mathrm{m}}$$

$$F_c = \frac{0.15 \times 64}{1.2}\ \mathrm{N} = 8\ \mathrm{N}$$

$$F_c = 8\ \mathrm{N}$$

stepacademyofficial.com

مشق

1 درست جواب پر (✓) کا نشان لگائیں

4.1 ایک ذرّے پر بیک وقت 3 اور 4 نیوٹن کی دو فورسز لگ رہی ہیں۔ ذرّے پر حاصل فورس ہوگی:

(الف) 1 N (ب) 1 N اور 7 N کے درمیان (ج) 5 N (د) 7 N

4.2 ایک فورس F x-ایکسز کے ساتھ 60° کا زاویہ بناتی ہے۔ اس کا y-مجزو ہوگا:

(الف) F (ب) $F\sin60°$ (ج) $F\cos60°$ (د) $F\tan60°$

4.3 مومنٹ آف فورس کو کہا جاتا ہے:

(الف) مومنٹ آرم (ب) کپل (ج) کپل آرم (د) ٹارک

4.4 اگر کسی جسم پر F_1 اور F_2 فورسز عمل کر رہی ہوں اور اس میں ٹارک τ پیدا ہو تو جسم مکمل طور پر توازن کی حالت میں تب ہوگا جب:

(الف) $\Sigma F = 0$ اور $\Sigma\tau = 0$ (ب) $\Sigma F = 0$ اور $\Sigma\tau \neq 0$

(ج) $\Sigma F \neq 0$ اور $\Sigma\tau = 0$ (د) $\Sigma F \neq 0$ اور $\Sigma\tau \neq 0$

4.5 ایک دوکاندار اپنی چیزیں ایسے ترازو سے تول کر بیچتا ہے جس کے دونوں پلڑوں کے آرم (arms) برابر نہیں ہیں۔ اگر وہ چھوٹے آرم والے پلڑے میں چیزیں ڈالتا ہے تو وہ:

(الف) نقصان میں ہے (ب) فائدے میں ہے (ج) نہ ہی نقصان میں اور نہ ہی فائدے میں ہے (د) پتہ نہیں

4.6 ایک آدمی تنے ہوئے رسّے پر چلتا ہے۔ وہ اپنا توازن برقرار رکھنے کے لیے ایک بانس کو افقی حالت میں پکڑے رکھتا ہے۔ یہ اطلاق ہے:

(الف) مومینٹم کنزرویشن کے قانون کا (ب) نیوٹن کے دوسرے قانونِ حرکت کا

(ج) مومنٹس کے اصول کا (د) نیوٹن کے تیسرے قانونِ حرکت کا

4.7 قیام پذیر توازن میں جسم کا سنٹر آف گریویٹی ہوتا ہے:

(الف) بلند ترین مقام پر (ب) گہرے ترین مقام پر

(ج) کسی بھی مقام پر (د) جسم سے باہر

4.8 کسی جسم کا سنٹر آف ماس:

(الف) ہمیشہ جسم کے اندر واقع ہوتا ہے (ب) ہمیشہ جسم کے باہر واقع ہوتا ہے

(ج) ہمیشہ جسم کی سطح پر واقع ہوتا ہے (د) جسم کے اندر، باہر یا سطح پر واقع ہو سکتا ہے

4.9 ایک سلنڈر اپنے گول پیندے کے بل پڑا ہوا ہے یہ:

(الف) قیام پذیر توازن میں ہے (ب) غیر قیام پذیر توازن میں ہے

(ج) نیوٹرل توازن میں ہے (د) ان تینوں میں سے کسی میں نہیں

4.10 سینٹری پیٹل فورس ہوتی ہے:

(الف) rF (ب) $rF\cos\theta$ (ج) $\frac{mv^2}{r}$ (د) $\frac{mv}{r^2}$

جوابات:

4.1	(ب)	4.2	(ب)	4.3	(د)	4.4	(الف)	4.5	(الف)
4.6	(ج)	4.7	(ب)	4.8	(د)	4.9	(ج)	4.10	(ج)

stepacademyofficial.com

1 مختصر جوابات کے سوالات

-1 لائک اور ان لائک پیرائل فورسز کی تعریف کریں۔

جواب: اگر پیرالل فورسز ایک ہی سمت میں عمل کرتی ہوں تو انھیں لائک پیرالل فورسز کہا جاتا ہے اور اگر ان کی سمتیں ایک دوسری کے مخالف ہوں تو انھیں ان لائک پیرالل فورسز کہا جاتا ہے۔

-2 کسی ویکٹر کے عمودی اجزا کیا ہوتے ہیں اور ان کی قیمتیں کیا ہوتی ہیں؟

جواب: کسی ویکٹر کو دو اجزا میں تقسیم کیا جاتا ہے جو ایک دوسرے پر عمود ہوتے ہیں۔ یہ اس (ویکٹر) کے عمودی اجزا کہلاتے ہیں۔ ان کی قیمتیں مندرجہ ذیل مساواتیں استعمال کر کے معلوم کی جاسکتی ہیں۔

$$F_x = F\cos\theta \quad \text{اور} \quad F_y = F\sin\theta$$

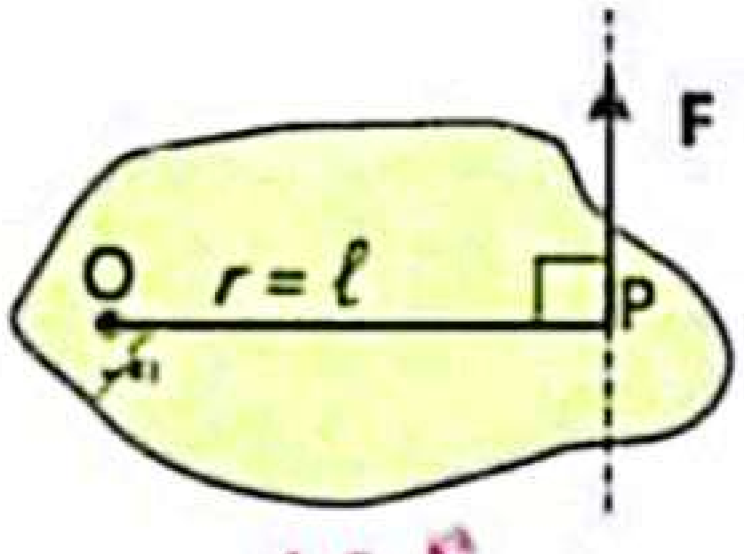
یہاں F ویکٹر **F** کی مقدار ہے اور θ ویکٹر **F** کا x–ایکسز کے ساتھ اینٹی کلاک وائز سمت میں زاویہ ہے۔

-3 کسی فورس کے عمل کرنے کی لائن کیا ہوتی ہیں؟

جواب: وہ لائن جس کے ساتھ فورس عمل کرتی ہے فورس کے عمل کی لائن کہلاتی ہے۔ اس کا SI یونٹ نیوٹن میٹر Nm ہے۔

-4 مومنٹ آف فورس کی تعریف کریں۔ ثابت کریں کہ $\boldsymbol{\tau} = \mathbf{rF}\sin\theta$ جس میں θ، **r** اور **F** کے درمیان زاویہ ہے۔

جواب: کسی فورس کا مومنٹ یا ٹارک، فورس اور اس کے مومنٹ آرم کے حاصل ضرب کے برابر ہوتا ہے۔



شکل 4.6

ثبوت: ہم جانتے ہیں کہ

$$\tau = F \times l$$

دی گئی شکل میں

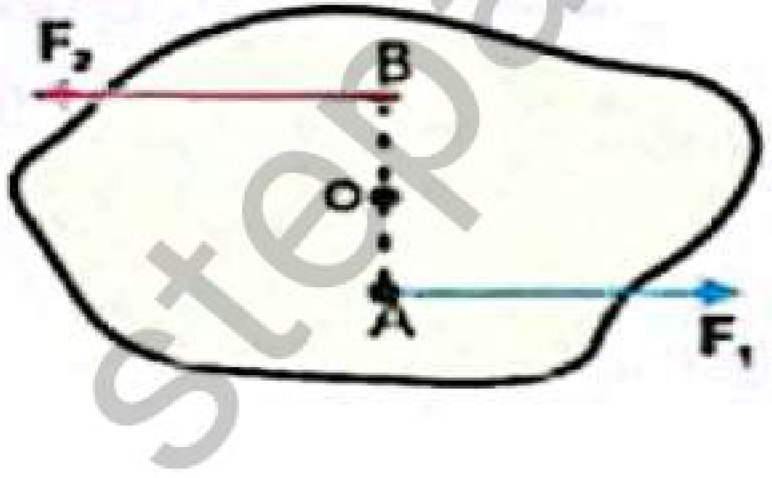
$$l = r$$

$$\text{فورس کا عمودی جزو} = F = F_\perp = F\sin\theta$$

قیمتیں درج کرنے سے

$$\tau = rF\sin\theta$$

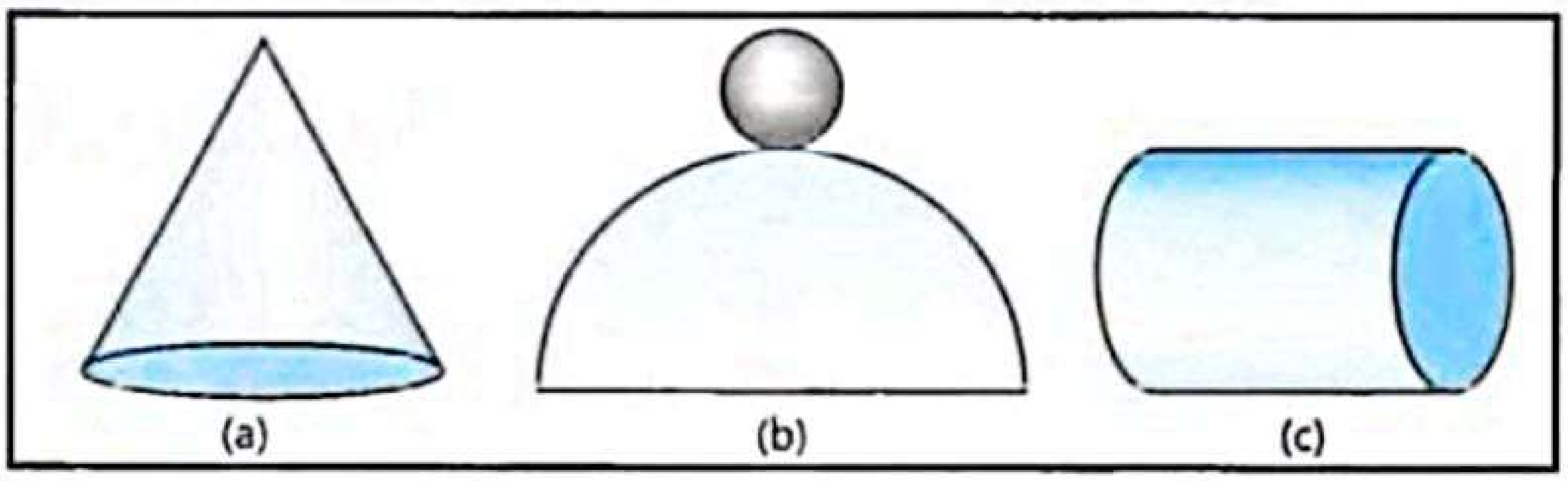
-5 ایک ڈایاگرام کی مدد سے ظاہر کریں کہ حاصل فورس صفر ہے لیکن حاصل ٹارک صفر نہیں ہے۔



جواب: ایک ٹھوس جسم کی مثال لیں۔ دو برابر قیمتوں کی فورسز $\boldsymbol{F_1}$ اور $\boldsymbol{F_2}$ اس پر عمل کر رہی ہیں۔ دونوں فورسز مختلف لائنوں میں عمل کر رہی ہیں، چنانچہ F_1 اور F_2 کی قیمتیں برابر ہیں اس لیے دونوں صورتوں میں حاصل فورس صفر ہے۔ پھر بھی جسم گھوم سکتا ہے کیونکہ حاصل ٹارک صفر نہیں ہے۔

-6 نیچے دی گئی شکل میں ہر ایک کے لیے حالت توازن کی قسم کی پہچان کریں۔

stepacademyofficial.com



جواب: (a) قیام پزیر توازن (b) غیر قیام پزیر توازن (c) نیوٹرل توازن

7۔ **کسی ایسے جسم کی مثال دیں جو حرکت کر رہی ہو لیکن توازن کی حالت میں ہو۔**

جواب: حرکی توازن کی ایک بہت اچھی مثال چھاتہ بردار کی ہے آزادانہ گرنے کے چند سیکنڈ بعد پیراشوٹ کھل جاتا ہے اور تھوڑی سی دیر بعد چھاتہ بردار ایک یکساں ولاسٹی سے نیچے اترنا شروع ہو جاتا ہے۔ اس صورت میں، عموداً اوپر کی طرف عمل کرنے والی ہوا کی مزاحمت، چھاتہ بردار پر نیچے کی طرف لگنے والی فورس آف گریویٹی کے برابر ہو کر اُسے زائل کر دیتی ہے۔ لہٰذا جسم حرکت کر رہا ہے پھر بھی توازن کی حالت میں ہے۔

8۔ **کسی جسم کے سنٹر آف ماس اور سنٹر آف گریویٹی کی تعریف کریں۔**

جواب: سنٹر آف گریویٹی کسی شے میں وہ نقطہ ہے جہاں اُس کا سارا وزن عمل کرتا ہوا معلوم ہوتا ہے۔ اگر کسی شے کو اس کے سنٹر آف گریویٹی پر سہارا دیا جائے تو وہ وہاں بغیر گھومے کھڑی رہتی ہے۔ کسی جسم کا سنٹر آف ماس وہ نقطہ ہے جہاں یہ فرض کیا جا سکے کہ جسم کا تمام ماس وہاں اکٹھا ہو گیا ہے۔

9۔ **توازن کے دو بنیادی اصول کیا ہیں جن کا اطلاق بیلنسنگ کھلونوں اور ریسنگ کاروں کے ڈیزائننگ میں کیا جاتا ہے؟**

جواب: 1۔ **سنٹر آف گریویٹی کو نیچے کرنا:** سنٹر آف گریویٹی کو نیچے کرنا قیام پزیری کو بڑھاتا ہے، جو ریسنگ کاروں میں استعمال ہوتا ہے۔

2۔ **بیس ایریا کو بڑھانا:** ایک وسیع بنیاد بہتر توازن فراہم کرتی ہے، جو کھلونوں میں استعمال ہوتی ہے۔

10۔ **آپ یہ کیسے ثابت کریں گے کہ سینٹری پیٹل فورس ولاسٹی پر ہمیشہ عموداً عمل کرتی ہے؟**

جواب: سینٹری پیٹل فورس ہمیشہ ایک دائرے کے راستے کے مرکز کی طرف عمل کرتی ہے، جبکہ ولاسٹی ہمیشہ حرکت کے مماثل (ٹینجنشل) ہوتی ہے۔ چونکہ یہ فورس صرف ولاسٹی کی سمت کو تبدیل کرتی ہے، اس کی مقدار کو نہیں، اس لیے اسے ولاسٹی پر عمود ہونا چاہیے۔ ریاضیاتی طور پر، ان کا ڈاٹ پروڈکٹ صفر ہوتا ہے، جو تصدیق کرتا ہے کہ سینٹری پیٹل فورس ولاسٹی پر ہمیشہ عموداً عمل کرتی ہے۔

2 تعمیری فکر کے سوالات

1۔ **ایک کار دو مختلف ریڈیلس کے موڑوں سے ایک جتنی سپیڈ سے گزرتی ہے۔ کس نصف قطر والے موڑ میں اس پر زیادہ سینٹری پیٹل فورس لگتی ہے؟ اپنے جواب کو ثابت کریں۔**

جواب: چھوٹے نصف قطر والے موڑ میں کار پر زیادہ سینٹری پیٹل فورس لگے گی۔ سینٹری پیٹل فورس کا فارمولا ہے۔

stepacademyofficial.com

$$F_c = \frac{mv^2}{r}$$

چونکہ کار کی سپیڈ (v) اور ماس (m) دونوں موڑوں کے لیے یکساں ہیں، اس لیے سینٹری پیٹل فورس (Fc) نصف قطر (r) کے معکوس متناسب ہے۔ اس کا مطلب ہے کہ جس موڑ کا نصف قطر چھوٹا ہو گا، اس پر کار کو اپنی سمت تبدیل کرنے کے لیے زیادہ سینٹری پیٹل فورس کی ضرورت ہو گی۔

2۔ ایک پکا ہوا آم عام طور پر خود بخود درخت پر سے نہیں گرتا۔ لیکن جب درخت کی شاخ کو ہلایا جاتا ہے تو آم آسانی سے گر جاتا ہے۔ کیا آپ اس کی وجہ بتا سکتے ہیں؟

جواب: جب ہم کسی درخت کی شاخ کو ہلاتے ہیں تو درخت حرکت کی حالت میں آ جاتا ہے جبکہ پھل اور پتے اپنی ریسٹ کی حالت میں ہی رہنے کی کوشش کرتے ہیں۔ انرشیاء کی وجہ سے پھل اور پتے شاخ سے الگ ہو جاتے ہیں اور گریویٹی کی وجہ سے نیچے گر جاتے ہیں۔

3۔ اشیا کو الٹنے کے حوالے سے توازن اور سنٹر آف گریویٹی کے کردار پر بحث کریں۔ کوئی مثال پیش کریں جس میں کسی شے کا سنٹر آف گریویٹی اس کے (توازن کی قیام پذیری پر اثر انداز ہوتا ہو اور وضاحت کریں کہ کس طرح اس کے سہارے کی بنیاد تبدیل کرنے سے اس کے قیام پذیری پر اثر پڑتا ہے۔

جواب: کسی شے کا توازن اور اس کے الٹنے کی مزاحمت بنیادی طور پر اس کے سنٹر آف گریویٹی اور سہارے کی بنیاد کے تعامل سے طے ہوتی ہے۔ قیام پزیر توازن اس وقت قائم ہوتا ہے جب شے کا سنٹر آف گریویٹی اس کے سہارے کی بنیاد کے اوپر واقع ہو۔ سنٹر آف گریویٹی جتنا نیچا ہو گا اور سہارے کی بنیاد جتنی وسیع ہو گی، شے اتنی ہی زیادہ مستحکم ہو گی اور اس کے الٹنے کا خطرہ اتنا ہی کم ہو گا۔

مثال: اگر آپ کپ کو پلیٹ کے کنارے پر ترچھا رکھنے کی کوشش کریں، تو کپ کا سنٹر آف گریویٹی پلیٹ کی بنیاد سے باہر چلا جائے گا، اور وہ فوراً گر جائے گا۔ اسی طرح، اگر پلیٹ بہت چھوٹی ہو یا اس کی بنیاد تنگ ہو، تو کپ آسانی سے الٹ سکتا ہے۔

اس سادہ مثال سے پتہ چلتا ہے کہ کسی چیز کے مستحکم رہنے کے لیے اس کا وزن (سنٹر آف گریویٹی) اس کی بنیاد (سہارے کی بنیاد) کے اوپر ہونا چاہیے۔ چوڑی بنیاد والی چیزیں آسانی سے نہیں گرتیں کیونکہ ان کا وزن گرنے کے لیے زیادہ جھکاؤ کی ضرورت ہوتی ہے۔

4۔ کسی ایکسلریشن کے ساتھ حرکت کرنے والے جسم کو توازن کی حالت میں کیوں نہیں کہہ سکتے؟

جواب: ایک ایکسلریٹڈ جسم توازن میں نہیں ہو سکتا کیونکہ توازن میں موجود جسم کسی ایکسلریشن کا تجربہ نہیں کرتا۔ توازن کے لیے ایک ایسی حالت درکار ہوتی ہے جہاں جسم پر عمل کرنے والی خالص قوت صفر ہو، جس کے نتیجے میں ایکسلریشن بھی صفر ہو۔ ایکسلریشن ولاسٹی میں تبدیلی کی طرف اشارہ کرتا ہے، جو توازن کی تعریف کے منافی ہے۔

5۔ دو برابر وزن رکھنے والے لیکن مختلف اونچائی کے ڈبے (Boxes) ایک ٹرک کے فرش پر پڑے ہیں۔ اگر ٹرک چلتا ہوا ایک دم رُک جائے تو کس ڈبے کے الٹنے کا زیادہ امکان ہے؟ اور کیوں؟

جواب: اچانک بریک لگنے کی صورت میں لمبے ڈبے کے گرنے کا زیادہ امکان ہے۔ اس کی وجہ یہ ہے کہ لمبے ڈبے کا سنٹر آف گریویٹی اونچا ہوتا ہے، جس کی وجہ سے یہ کم مستحکم ہوتا ہے اور اس کے الٹنے کا خطرہ زیادہ ہوتا ہے۔ جب ٹرک اچانک رکتا ہے، تو انرشیاء کی وجہ سے ڈبہ آگے کی طرف حرکت جاری رکھنے کی کوشش کرتا ہے، اور گریویٹی کا اونچا مرکز ڈبے کے لیے اپنا توازن کھونا اور گرنا آسان بنا دیتا ہے۔

stepacademyofficial.com

4 تفصیلی سوالات

1۔ کسی ایک مثال کے ذریعے مومنٹس کے اصول کی وضاحت کریں۔

جواب: دیکھیں صفحہ نمبر 4

2۔ بیان کریں کہ کسی بے قاعدہ شکل کے تختہ کا سنٹر آف گریویٹی عملی طور پر آپ کیسے معلوم کر سکتے ہیں؟

جواب: دیکھیں صفحہ نمبر 5

3۔ توازن کی دو شرائط بیان کریں اور اُن کی وضاحت کریں۔

جواب: دیکھیں صفحہ نمبر 7

4۔ کسی شے کی قیام پذیری کو کیسے بہتر کیا جاسکتا ہے؟ اپنے جواب کی حمایت میں چند مثالیں پیش کریں۔

جواب: دیکھیں صفحہ نمبر 9

5 حسابی سوالات

1- ایک 200 N کی فورس ایک ہتھ گاڑی پر افقی سمت کے ساتھ $30°$ کا زاویہ بناتی ہے۔ فورس کے x اور y اجزا معلوم کریں۔

حل:

فورس $= F = 200$ N

زاویہ $= \theta = 30^o$

جُزو-x $= F_x = ?$

جُزو-y $= F_y = ?$

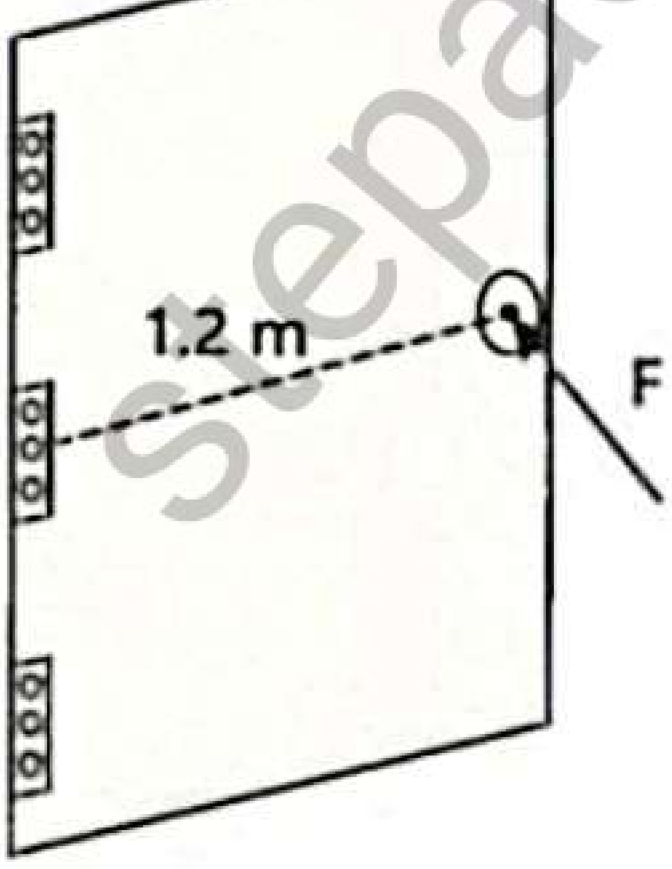
$F_x = F\cos\theta$

$F_x = 200\ N \times \cos 30^o = 200\ N \times 0.866 = 173.2$ N

$F_y = F\sin\theta$

$F_y = 200\ N \times \sin 30^o = 200\ N \times 0.5 = 100$ N

2۔ ایک دروازے کو کھولنے کے لیے اس کے ہینڈل پر 300 N کی فورس عموداً لگائی گئی ہے۔ اگر ہینڈل قبضے سے 1.2 m کے فاصلے پر ہو تو عمل کرنے والا ٹارک کتنا ہوگا؟ یہ ٹارک مثبت ہوگا یا منفی؟



حل:

ہینڈل کا قبضے سے فاصلہ $= l = 1.2$ m

فورس = F = 300 N

ٹارک $= \tau = ?$

مساوات استعمال کرنے سے $\tau = F \times l$

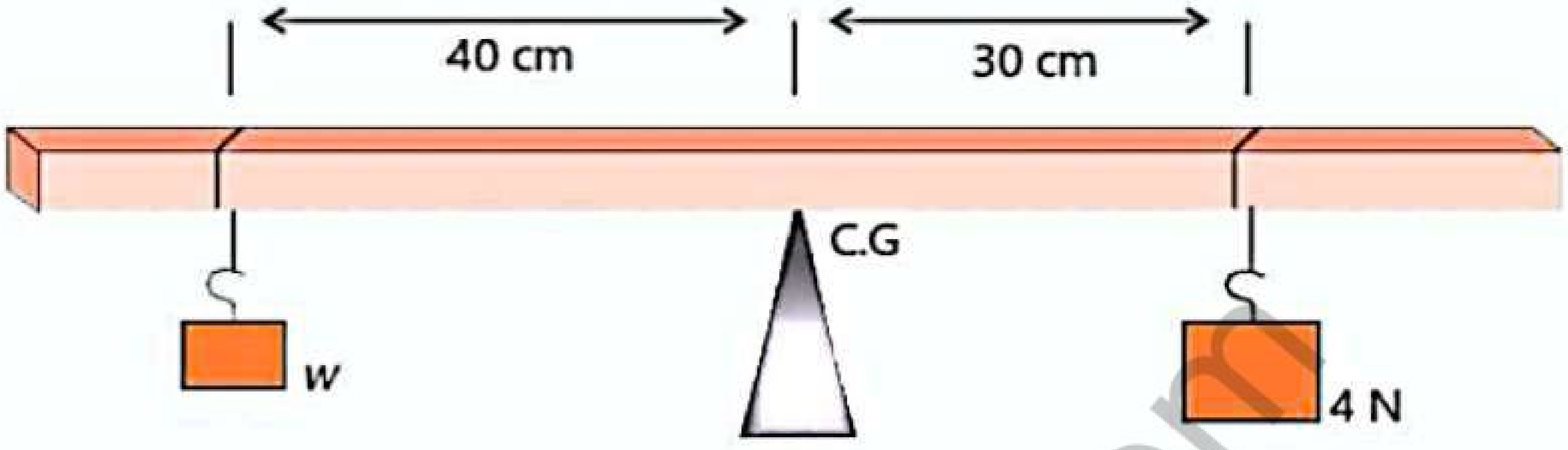
قیمتیں درج کرنے سے $\tau = 300\ N \times 1.2$ m

$\tau = 360\ N$m

چونکہ فورس اس سمت میں لگائی گئی ہے جس کے نتیجے میں گھڑی کی گردش اینٹی کلاک وائز ہوتی ہے، اس لیے ٹارک مثبت ہے۔

stepacademyofficial.com

3۔ ایک میٹر رول پر نیچے شکل میں ظاہر کیے گئے نقاط پر دو اوزان لٹکائے گئے ہیں۔ اگر میٹر رول کو اس کے سنٹر آف گریویٹی (C.G) پر سہارا دے کر متوازن کیا گیا ہو تو نامعلوم وزن w معلوم کریں۔



حل:

$r_1 = 40 \text{ cm} = \frac{40}{100} = 0.4 \text{ m}$

$r_2 = 30 \text{ cm} = \frac{30}{100} = 0.3 \text{ m}$

$w_1 = 4 \text{ N}$

$w_2 = w = ?$

چونکہ میٹر رول اپنے سنٹر آف گریویٹی (C.G.) پر متوازن ہے، اس لیے

کل اینٹی کلاک وائز مومنٹس = کل کلاک وائز مومنٹس

$$w_2 \times r_2 = w_1 \times r_1$$
$$4\,N \times 0.3\,m = w \times 0.4\,m$$
$$1.2\,Nm = 0.4\,wm$$
$$w = \frac{1.2\,Nm}{0.4\,m}$$
$$w = 3 \text{ N}$$

4۔ ایک سی سا کے سروں کے نزدیک دو بچوں کو بٹھا کر متوازن کیا گیا ہے۔ بچے A کا ماس 30 kg ہے، اور وہ محور سے 2 m کے فاصلے پر بیٹھا ہے، جبکہ بچے B کا ماس 40 kg ہے اور وہ محور سے 1.5 m کے فاصلے پر بیٹھا ہے۔ دونوں طرف مومنٹ معلوم کریں اور یہ بھی معلوم کریں کہ آیا سی-سا توازن کی حالت میں ہے۔

حل:

بچے A کا ماس = $m_A = 30 \text{ kg}$

بچے A کا وزن = $w_A = m_A \times g = 30 \times 10 = 300$

بچے A کا محور سے فاصلہ = $r_A = 2 \text{ m}$

بچے B کا محور سے فاصلہ = $r_A = 1.5 \text{ m}$

بچے B کا ماس = $m_B = 40 \text{ kg}$

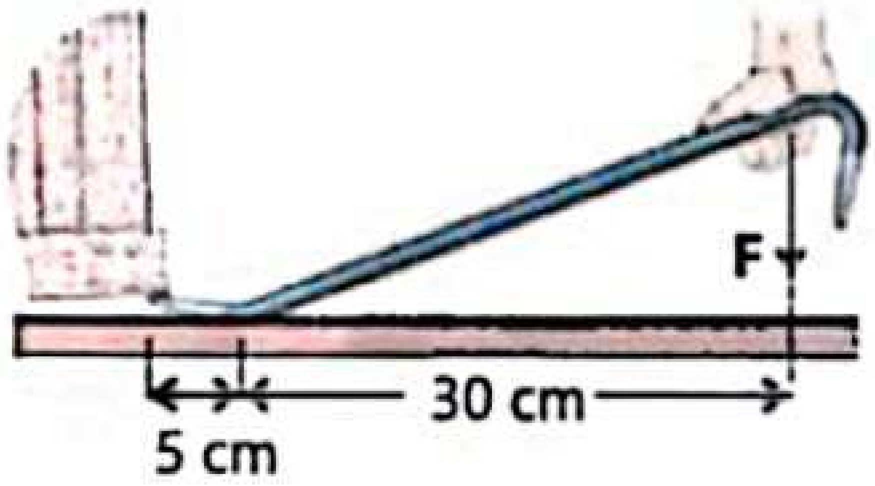
بچے B کا وزن = $w_B = m_A \times g = 30 \times 10 = 300$

$$\tau_A = w_A \times r_A$$
$$\tau_A = 300\,N \times 2 \text{ m} = 600 \text{ Nm}$$
$$\tau_B = w_B \times r_B$$
$$\tau_B = 400\,N \times 1.5 \text{ m} = 600 \text{ Nm}$$

چونکہ $\tau_A = \tau_B$

stepacademyofficial.com

سی۔ سا توازن کی حالت میں ہے۔



5۔ ایک کروبار (Crowbar) کسی بکس کو اٹھانے کے لیے استعمال کیا گیا ہے۔ اگر اس کے سرے پر نیچے کی طرف 250 N کی فورس لگائی جائے تو دوسرا سرا کتنا وزن اٹھا سکتا ہے؟ کروبار کا اپنا وزن نہ ہونے کے برابر ہے۔

حل: فورس $= F_{downward} = 250$ N

وزن $= w = ?$

توازن میں ہونے کے لیے — اینٹی کلاک وائز کا مجموعہ = کلاک وائز کا مجموعہ

$$250\ N \times 30\ \text{cm} = w \times 5\ \text{cm}$$

$$7500\ \text{N} = w \times 5$$

$$w = \frac{7500}{5}$$

N = 1500 N

6۔ ایک 30 cm لمبا رینچ کسی کار کا نٹ کھولنے کے لیے استعمال کیا گیا ہے۔ اگر اس کے لیے 150 Nm کا ٹارک درکار ہو تو رینچ پر کتنی فورس F لگانا پڑے گی؟

حل: سپینر کی لمبائی $= l = 30\ \text{cm} = \frac{30}{100}\ \text{m} = 0.3\ \text{m}$

ٹارک $= \tau = 150$ Nm

فورس $= F = ?$

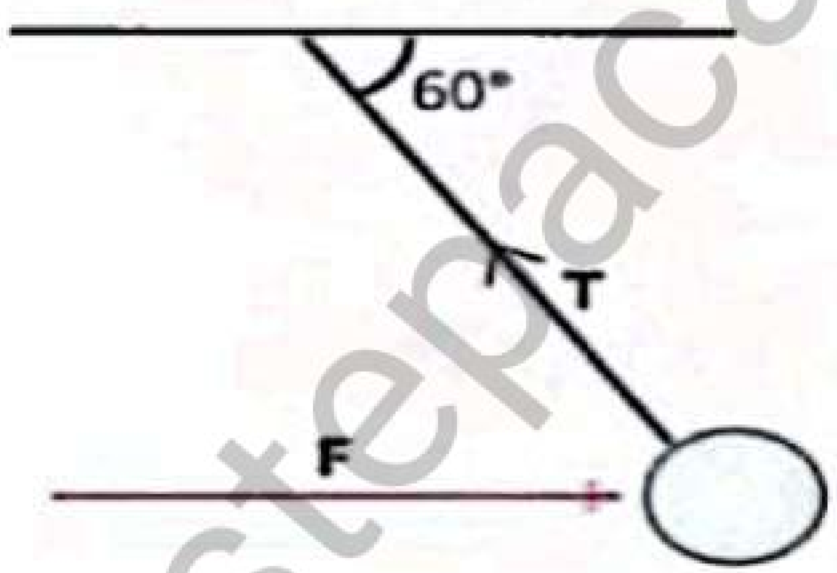
مساوات استعمال کرنے سے

$$\tau = l \times F$$

$$F = \frac{\tau}{l}$$

قیمتیں درج کرنے سے

$$F = \frac{150\ Nm}{0.3\ m} = 500\ N$$



7۔ رسی سے لٹکے ہوئے ایک 5 N بال کو ایک افقی فورس F کے ذریعے دائیں طرف کھینچا گیا ہے۔ رسی چھت کے ساتھ 60° کا زاویہ بناتی ہے، جیسا کہ سامنے شکل میں دکھایا گیا ہے۔ فورس F اور رسی میں تناؤ T کی عددی قیمتیں معلوم کریں۔

حل: وزن $= w = 5$ N

زاویہ $= \theta = 60^o$

فورس $= F = ?$

تناؤ $= T = ?$

چونکہ کوئی افقی فورس نہیں ہے، اس لیے $\sum F_x = 0$

عمودی توازن کی شرط سے $\sum F_y = 0$

stepacademyofficial.com

$$T \sin\theta = w$$

$$T = \frac{w}{\sin\theta} = \frac{5\ N}{\sin 60^0} = \frac{5}{0.866} = 5.8\ \text{N}$$

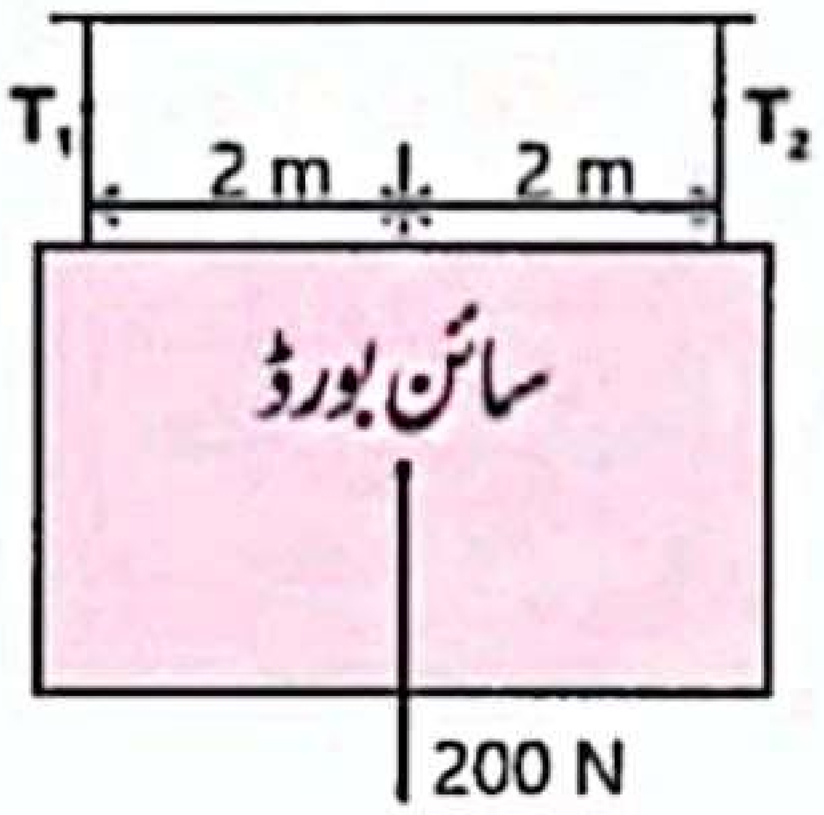
افقی توازن کی شرط سے $\sum F_x = 0$

$$F = T\cos\theta$$

$$F = 5.8 \times \cos 60^o$$

$$F = 5.8(0.5) = 2.9\ \text{N}$$

8۔ ایک سائن بورڈ کو سٹیل کی دو تاروں کی مدد سے لٹکایا گیا ہے، جیسا کہ شکل میں دکھایا گیا ہے۔ اگر بورڈ کا وزن 200 N ہو تو رسیوں میں تناؤ معلوم کریں۔



حل: فورس $= F = 2.9$ N

کل اوپر کی طرف عمل کرنے والی فورس $= T_1 + T_2$

کل نیچے کی طرف عمل کرنے والی فورس $= w = 200$ N

رسیوں میں تناؤ $T_1 = ?$ اور $T_2 = ?$

$$\sum F_x = 0$$

چونکہ کوئی افقی فورس نہیں ہے، اس لیے

$$T_1 + T_2 - w = 0 \qquad \text{(i)}$$

اب $\Sigma\tau = 0$ استعمال کریں، T_1 کا ٹارک τ_1 منفی ہو گا جبکہ w کا ٹارک τ_2 مثبت ہو گا۔ T_2 کا ٹارک صفر ہو گا۔ کیونکہ یہ ایکسز آف روٹیشن میں سے گزر رہی ہے۔ لہٰذا

$$\tau_2 - \tau_1 = 0$$

$$w \times 2\ \text{m} - T_1 \times 4\ \text{m} = 0$$

$$200\ N \times 2\ \text{m} - T_1 \times 4\ \text{m} = 0$$

$$400\ \text{Nm} = T_1 \times 4\ \text{m}$$

$$T_1 = \frac{400\ Nm}{4\ m} = 100\ N$$

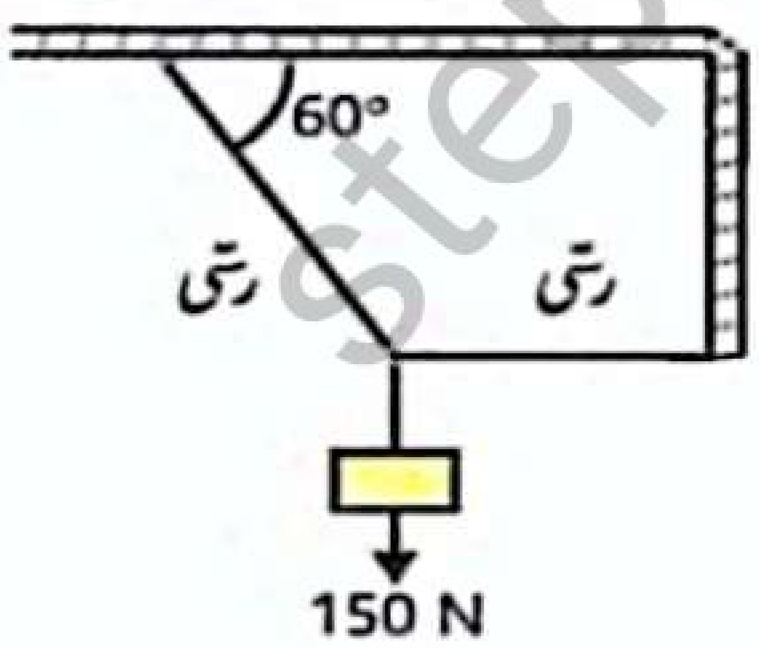
T_1 اور w کی قیمتیں مساوات (i) میں درج کرنے سے

$$100\ N + T_2 - 200\ N = 0$$

$$T_2 = 200\ N - 100\ N$$

$$T_2 = 100\ \text{N}$$

9۔ ایک 30 kg ماس والی لڑکی سی-سا کے محور سے 1.6 m کے فاصلے پر بیٹھی ہے۔ 40 kg کی ایک اور لڑکی دوسری طرف اس طرح بیٹھنا چاہتی ہے کہ سی-سا توازن کی حالت میں رہے۔ دوسری لڑکی محور سے کتنے فاصلے پر بیٹھے گی؟



حل:

پہلی لڑکی کا ماس $= m_1 = 30$ kg

پہلی لڑکی کا وزن $= w_1 = m_1 \times g = 30 \times 10 = 300$ N

پہلی لڑکی کا محور سے فاصلہ $= r_1 = 1.6$ m

دوسری لڑکی کا ماس $= m_2 = 40$ kg

stepacademyofficial.com

دوسری لڑکی کا وزن $= w_2 = m_2 \times g = 40 \times 10 = 400\ N$

دوسری لڑکی کا محور سے فاصلہ $= r_2 = ?$

کسی جسم کے توازن میں ہونے کے لیے

اینٹی کلاک وائز کا مجموعہ = کلاک وائز کا مجموعہ

$$w_1 \times r_1 = w_2 \times r_2$$
$$r_2 = \frac{w_1 \times r_1}{w_2}$$
$$r_2 = \frac{300\ N \times 1.6\ m}{400\ N}$$
$$r_2 = \frac{480}{400}\ \text{m}$$
$$r_2 = 1.2\ \text{m}$$

10۔ سامنے شکل میں دونوں رسیوں میں تناؤ معلوم کریں جب کہ بلاک کا وزن 150 N ہو۔

حل:

بلاک کا وزن $= w = 150\ N$

زاویہ $= \theta = 60^o$

رسیوں میں تناؤ $= T_1 = ?\ ,\ T_2 = ?$

عمودی توازن کی شرط سے

$$\sum F_y = 0$$
$$T_2 \sin\theta = w$$
$$T_2 = \frac{w}{\sin\theta}$$
$$T_2 = \frac{150\ N}{\sin 60^o}\ N$$
$$T_2 = \frac{150}{0.866}$$
$$= 173.2\ N$$

افقی توازن کی شرط سے

$$\sum F_x = 0$$
$$T_1 = T_2 \cos\theta$$
$$T_1 = 173.2 \cos 60^o$$
$$T_1 = 173.2(0.5)$$
$$T_1 = 86.6\ N$$

stepacademyofficial.com